

# FORMATION AVANCEE

## Dynamique

Toutes les informations contenues dans ce document sont sujettes à modification sans préavis. Aucune partie de ce manuel ne peut être reproduite, stockée dans une base de données ou un système d'extraction ou publiée, sous quelque forme ou de quelque manière que ce soit, électroniquement, mécaniquement, par impression, impression photo, microfilm ou tout autre moyen sans l'autorisation écrite préalable de l'éditeur. SCIA n'est pas responsable des dommages directs ou indirects dus à des imperfections de la documentation et / ou du logiciel.

© Copyright 2024 SCIA nv. Tous les droits sont réservés.

## Sommaire

<b>Sommaire</b> .....	<b>3</b>
<b>Chapitre 1: INTRODUCTION</b> .....	<b>5</b>
<b>Chapitre 2: VIBRATION LIBRE : FRÉQUENCES PROPRES</b> .....	<b>7</b>
2.1 Théorie .....	7
2.2 Fréquences propres dans SCIA Engineer .....	8
2.3 Portiques .....	24
2.4 Combinaisons de groupes de masse.....	30
2.5 Dalles .....	41
<b>Chapitre 3: ANALYSE SPECTRALE : CHARGE SISMIQUE</b> .....	<b>47</b>
3.1. Théorie .....	47
3.2. Charge sismique dans SCIA Engineer .....	50
3.3. Calcul sismique dans SCIA Engineer .....	60
3.4. Combinaisons sismiques.....	75
3.5. Masse dans l'analyse .....	80
3.6. Superposition modale .....	80
<b>Chapitre 4: MODÈLE D'ANALYSE RÉDUIT</b> .....	<b>83</b>
4.1. Théorie .....	83
4.2. Méthode IRS dans SCIA Engineer.....	85
4.3. Excentricité accidentelle (torsion accidentelle) .....	99
<b>Chapitre 5: RÉFÉRENCES</b> .....	<b>103</b>
<b>Chapitre 6: ANNEXE A : MAGNITUDE SISMIQUE</b> .....	<b>105</b>
<b>Chapitre 7: ANNEXE B : VALEURS DE L'AMORTISSEMENT</b> .....	<b>107</b>
7.1. EC8 – Partie 6 .....	107
7.2. EC1 – Partie 2-4.....	107
7.3. Référence [22] .....	108
<b>Chapitre 8: ANNEXE C : CALCUL MANUEL D'UNE ANALYSE SPECTRALE</b> .....	<b>109</b>
8.1. Analyse spectrale de l'exemple 3-2 (exemple C-1).....	109
8.1.1 Cas de charges sismiques .....	109
8.1.2 Spectre .....	109
8.1.3 Configurations du maillage et du solveur.....	110
8.2. Calcul manuel de l'exemple 3-2 (exemple C-1).....	111
8.2.1 Vérification des facteurs de participation modaux .....	111
8.2.2 Détail du calcul sismique.....	112
<b>Chapitre 9: ANNEXE D : MASSES MANQUANTES DANS LES MODES</b> .....	<b>121</b>
9.1 Exemple d'analyse spectrale avec « mode résiduel » décoché .....	122
9.2 Exemple d'analyse spectrale avec « mode résiduel » coché .....	131
<b>Chapitre 10: VIBRATIONS FORCÉES : CHARGE HARMONIQUE</b> .....	<b>139</b>

10.1.	<b>Théorie</b> .....	139
10.2.	<b>Charge harmonique dans SCIA Engineer</b> .....	141
10.3.	<b>Résonance</b> .....	151
<b>Chapitre 11:</b>	<b>AMORTISSEMENT</b> .....	<b>161</b>
11.1.	<b>Théorie</b> .....	161
11.2.	<b>Amortissement dans SCIA Engineer</b> .....	164
<b>Chapitre 12:</b>	<b>ANALYSE TEMPORELLE</b> .....	<b>189</b>
12.1.	<b>Théorie</b> .....	189
12.2.	<b>Analyse temporelle dans SCIA Engineer</b> .....	191
<b>Chapitre 13:</b>	<b>ÉCOULEMENT TOURBILLONNAIRE : VIBRATION KARMAN</b> .....	<b>210</b>
13.1.	<b>Théorie</b> .....	210
13.2.	<b>Vibration Karman dans SCIA Engineer</b> .....	213

## Chapitre 1: INTRODUCTION

Les exemples de ce manuel peuvent être effectués avec une licence complète comme une licence d'essai ou une licence étudiante de SCIA Engineer.

Ci-dessous les modules / éditions requis de SCIA Engineer, par sujet :

- **Calcul des fréquences propres**

Esas.21 (Dynamique (fréquences naturelles) – Portiques)	Edition professionnelle
Esas.22 (Dynamique (fréquences naturelles) – Surfaciqes)	Edition professionnelle
- **Calcul dynamique avancé**

Esas.23 (Dynamique (avancé) – Portiques)	Edition professionnelle
Esas.24 (Dynamique (avancé) – Surfaciqes)	Edition professionnelle
- **Caractéristique d'amortissement non uniforme**

Esas.25 (Amortissement non uniforme – Portiques)	Hors édition
--	--------------

Les calculs dynamiques ne sont pas aussi fréquents dans l'ingénierie civile que les calculs statiques. D'un autre côté, ils sont inévitables dans certains projets. Les effets de vent sur les structures de grande hauteur, les vibrations transversales des tours et cheminées, les structures en zones sismiques ...

SCIA Engineer contient des modules spécialisés qui couvrent les questions dynamiques les plus communes. Dans ce tutoriel, les différents aspects de ces modules sont regardés en détail.

Tout d'abord, la base du calcul dynamique est examinée : le calcul des fréquences propres. Les fréquences propres forment la base de tous types d'analyse dynamique.

Dans l'un des derniers chapitres, le calcul des fréquences propres est étendu aux charges harmoniques : l'influence par exemple des vibrations de machinerie, peut être calculée en utilisant ces principes.

Deux chapitres sont dédiés aux calculs sismiques et à l'influence de l'amortissement sur l'action sismique.

Tous les chapitres sont illustrés d'exemples. Ces exemples relativement simples ont été choisis dans le but de fournir une compréhension claire de ce qui se passe lors d'un calcul dynamique. A cette fin, presque tous les calculs ont été vérifiés par des calculs manuels pour donner un bon aperçu de l'application de la théorie dans SCIA Engineer.

Lorsque les principes sont bien compris, ils peuvent être appliqués à des structures plus complexes sans difficultés.



Les chapitres 2 à 9 traitent de fonctionnalités disponibles dans la version 64 bits de SCIA Engineer.

Par contre, pour le moment, les chapitres 10 à 13 renvoient à des fonctionnalités disponibles uniquement sur la version 32 bits.



## Chapitre 2: VIBRATION LIBRE : FRÉQUENCES PROPRES

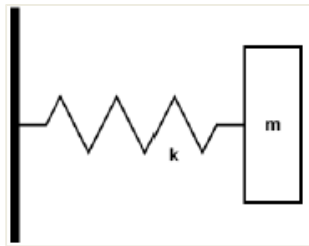
Dans ce chapitre, le calcul des fréquences propres dans SCIA Engineer est expliqué en détail. Les fréquences propres peuvent être nécessaires pour vérifier les critères de confort des immeubles, pour analyser la résonance liée au vent pour les ponts, pour contrôler les exigences des équipements sensibles, ...

La théorie derrière le calcul est discutée dans un premier temps et illustrée dans un exemple. La procédure est ensuite utilisée pour des structures en portiques et en surfaciques. Les résultats de tous les exemples sont comparés avec des calculs manuels pour fournir une compréhension claire des principes appliqués.

### 2.1 Théorie

Pour comprendre ce qu'il se passe pendant l'analyse dynamique d'une structure complexe avec portiques ou aux éléments finis, la vibration libre d'un système à un seul degré de liberté (SDOF = Sigle Degree Of Freedom) est regardé en détail. Un aperçu complet est disponible en référence [1].

Considérons le système suivant :



Une masse  $m$  est libre de bouger dans une direction. Un ressort d'une rigidité constante  $k$ , encastré à une extrémité, est attaché de l'autre côté à la masse.

L'équation du mouvement peut s'écrire :

$$m \cdot \ddot{y}(t) + k \cdot y(t) = 0 \quad (2.1)$$

Une solution de cette équation différentielle est :

$$y(t) = A \cdot \cos(\omega t)$$

Insérons cette solution dans l'équation (2.1)

$$(-m \cdot \omega^2 + k) \cdot A \cdot \cos(\omega t) = 0 \quad (2.2)$$

Cela implique que :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.3)$$

Où  $\omega$  est appelée la fréquence circulaire naturelle.

La période naturelle  $T$  peut être écrite :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.4)$$

La fréquence naturelle (ou fréquence propre)  $f$  peut être écrite :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.5)$$

Pour une structure à degrés de libertés multiples, l'équation (2.1) peut être écrite en notation matricielle :

$$M \cdot \ddot{U} + K \cdot U = 0 \quad (2.6)$$

Où :

- U est le vecteur des translations et rotations dans les nœuds,
- $\ddot{U}$  est le vecteur des accélérations correspondantes,
- K est la matrice de rigidité assemblée pour le calcul statique,
- M est la matrice de masse assemblée au cours du calcul dynamique.

De cette équation, il est clair que le modèle de calcul créé pour une analyse statique doit être complété avec des données supplémentaires : les masses.

Les solutions de (2.6) sont des fonctions harmoniques dans le temps. Une solution possible peut s'écrire sous la forme suivante :

$$U = \Phi \cdot \sin(\omega \cdot (T - T_0)) \quad (2.7)$$

Notez que dans cette solution une séparation des variables est obtenue :

- La première partie, ( $\Phi$ ), est une fonction des coordonnées spatiales,
- La deuxième partie,  $\sin(\omega \cdot (T - T_0))$ , est une fonction du temps.

En remplaçant (2.7) dans (2.6), on obtient une nouvelle équation qui est connue sous le nom d'**Equation aux valeurs propres généralisée** :

$$K \cdot \Phi - \omega^2 \cdot M \cdot \Phi = 0 \quad (2.8)$$

La solution à (2.8) donne autant de modes propres qu'il y a d'équations.

Chaque mode propre se compose de deux parties :

- Une valeur propre : valeur de  $\omega_i$
- Un vecteur propre : vecteur  $\Phi_i$ , qui n'est pas déterminé en totalité. La forme de la déformation est connue, mais le facteur d'échelle n'est pas connu.

Ce facteur d'échelle peut être choisi de différentes manières. Cela sera explicité dans le prochain chapitre.

Un aperçu de l'approche mathématique (matrice) derrière le calcul des valeurs propres et des vecteurs propres se trouve en référence [25].

## 2.2 Fréquences propres dans SCIA Engineer

Dans SCIA Engineer, comme facteur d'échelle, une **M-orthonormalisation** a été mise en œuvre. C'est ce que montre la relation suivante :

$$\Phi_i^T \cdot M \cdot \Phi_i = 1 \quad (2.9)$$

Quelques-unes des propriétés de M-orthonormalisation sont :

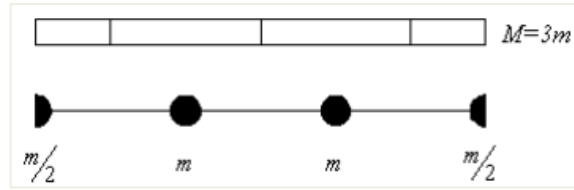
$$\Phi_j^T \cdot M \cdot \Phi_i = 0 \quad \text{quand } i \neq j \quad (2.10)$$

$$\Phi_i^T \cdot K \cdot \Phi_i = \omega_i^2 \quad (2.11)$$

La matrice M peut être calculée de différentes manières. SCIA Engineer utilise la représentation dite de masse localisée. La matrice de masse localisée offre des avantages considérables par rapport à l'utilisation de la mémoire et de l'effort de calcul, car dans ce cas, la matrice-M est une matrice diagonale.

Les masses sont ainsi guidées vers les nœuds du maillage des Eléments Finis. Ce principe est illustré sur la figure suivante [28] :

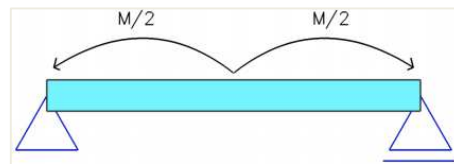




Le calcul des modes propres et des fréquences propres est donc fait sur un modèle discrétisé d'éléments finis. Cela signifie qu'au lieu d'une structure générale avec un nombre infini de degrés de liberté, un modèle de calcul avec un nombre fini de degrés de liberté est analysé.

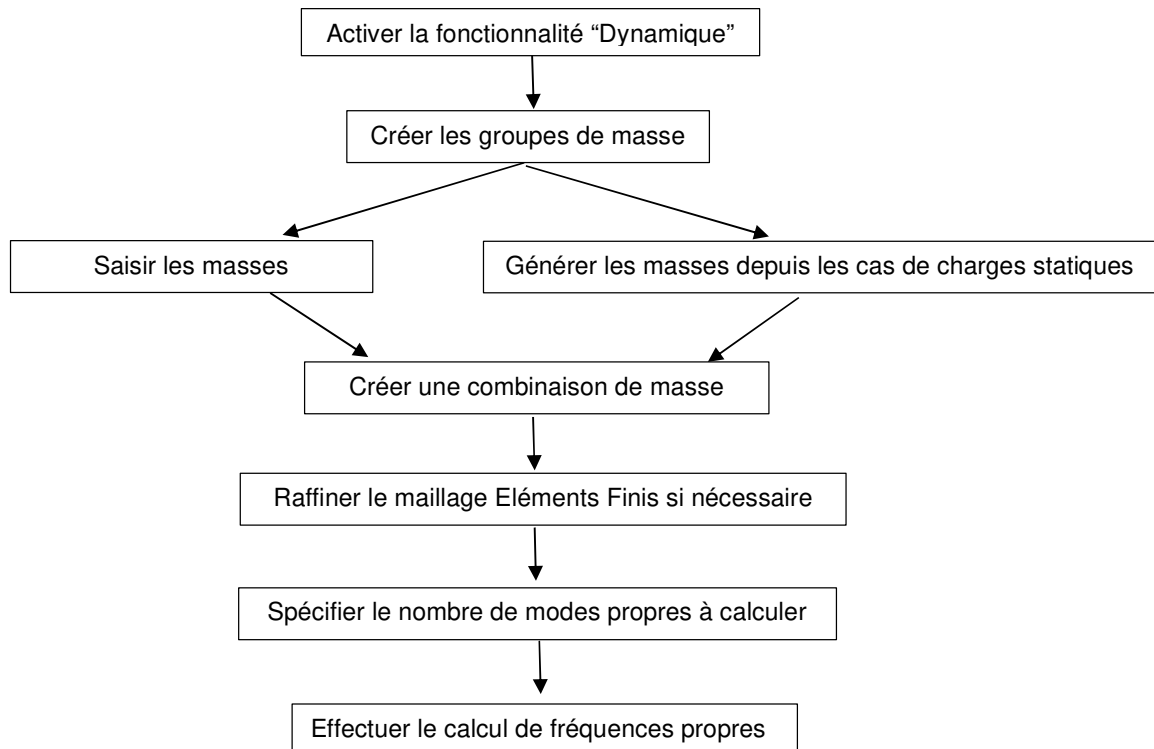
Le nombre de degrés de liberté peut généralement être déterminé par une simple multiplication : le nombre de nœuds du maillage est multiplié par le nombre de déplacements possibles dans le nœud. Il est important de savoir que la précision du modèle est proportionnelle à la «précision de discrétisation», c'est à dire le nombre d'éléments du maillage. Ce raffinement n'a presque pas de signification pratique dans le cas du calcul statique. Toutefois, pour les analyses dynamiques et non linéaires, il affecte de manière significative la précision des résultats.

Prenons l'exemple suivant : une poutre sur deux appuis est soumise à son poids propre. Par défaut (pour un calcul statique) il n'y a qu'un seul élément fini pour la poutre. Prenant en compte ce qui précède, la masse  $M$  de la poutre sera guidée vers les deux nœuds d'extrémité puisqu'elles correspondent aux nœuds du maillage.



Dans ce cas, cela signifie que la masse entière sera située au niveau des appuis donc aucune masse ne peut vibrer et le calcul dynamique ne peut pas être exécuté. Comme indiqué, le raffinement du maillage est nécessaire ici pour obtenir des résultats.

Le diagramme suivant décrit les différentes étapes nécessaires pour effectuer un calcul de vibration libre :



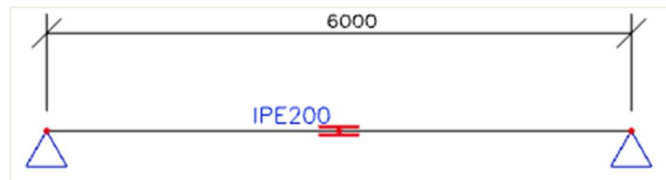
L'analogie entre un calcul statique et un calcul dynamique est claire :

- Dans un calcul statique, les **charges** sont regroupées dans des **cas de charges** et les cas de charges sont utilisés dans des **combinaisons**.
- Dans un calcul dynamique, les **masses** sont regroupés dans des **groupes de masse** et les groupes de masse sont utilisés dans des **combinaisons de masse**.

Les étapes nécessaires de ce diagramme sont illustrées dans l'exemple suivant.

**Exemple 02-1 :**

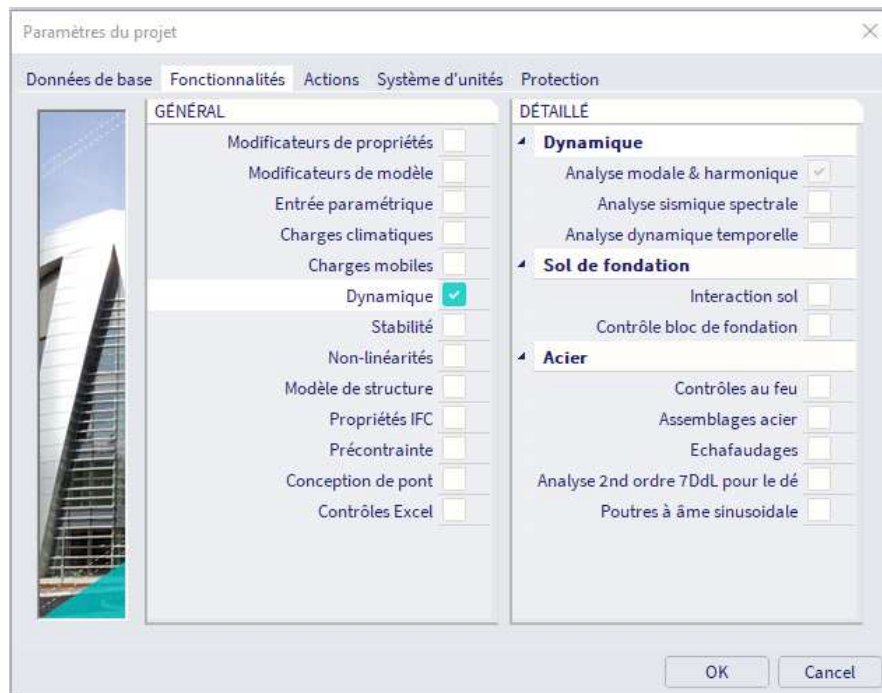
Dans cet exemple, une poutre sur deux appuis est modélisée. La poutre est de section **IPE200**, a une longueur de **6m**, et est fabriquée en **S235** selon l'**EC-EN**. Un nœud a été ajouté au milieu de la poutre, ce qui permettra d'ajouter une masse nodale à cet endroit précis.



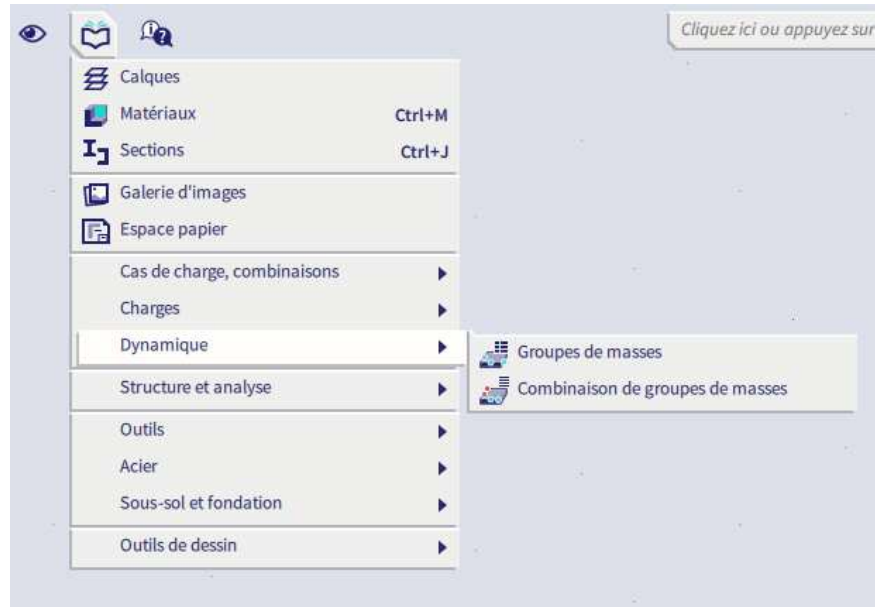
Seul un cas de charge statique est créé : le poids propre de la poutre.

**Etape 1 : fonctionnalité**

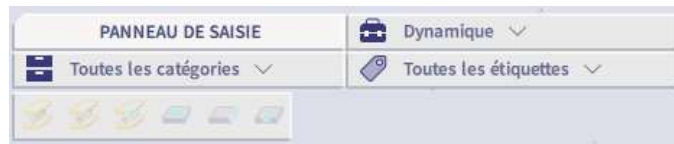
La première étape dans le calcul dynamique est d'activer la **fonctionnalité « Dynamique »** dans l'onglet « Fonctionnalité » des « **Paramètres du projet** ».



Le menu « Dynamique » apparaît alors dans le menu Bibliothèque :

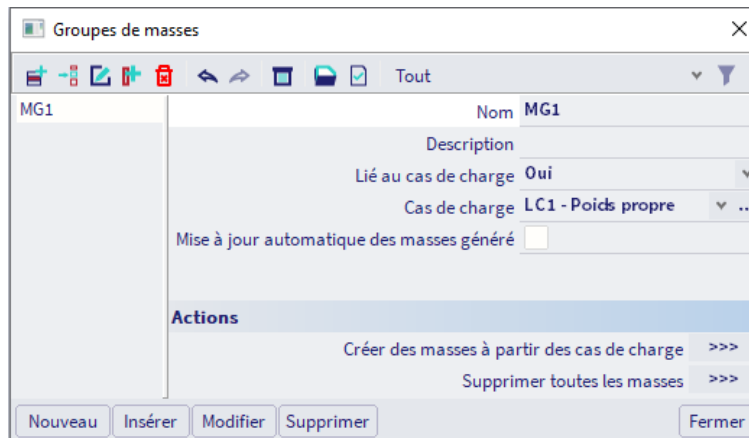


De même que dans le panneau de saisie :



### Etape 2 : groupe de masse

La seconde étape consiste à créer un groupe de masse.



Comme indiqué dans le diagramme, un groupe de masse est utilisé pour grouper des masses de la même façon qu'un Cas de Charge est utilisé pour grouper des charges. Quand un Groupe de Masses est défini, les masses peuvent être créées.

SCIA Engineer permet également à l'utilisateur de créer des masses à partir d'un cas de charge statique. Lorsque par exemple le poids du toit est introduit en tant que charge linéaire, l'action **Créer des masses à partir d'un cas de charge** va générer automatiquement des masses à partir de ces charges linéaires. Il est clair que ceci permet de saisir rapidement les données nécessaires.

Remarques :

- Le poids propre d'une structure est toujours pris en compte automatiquement pour le calcul dynamique. La masse du poids propre n'est pas affichée.
- Lorsque vous spécifiez un cas de charge, mais que vous n'utilisez pas le bouton « Créer des masses à partir d'un cas de charge », rien ne va se passer : aucune masse ne sera créée.
- Lorsque les masses sont créées à partir des charges, SCIA Engineer va utiliser l'accélération de gravité spécifiée dans l'onglet « **Actions** » qui se trouve dans les paramètres du projet. Par défaut, cette valeur est  $9,81\text{m/s}^2$ .
- La masse reste inchangée après toute modification ou suppression de la force d'origine. Si la masse est censée correspondre à la nouvelle force, il est nécessaire de supprimer la masse et de la créer encore une fois.
- La masse est générée uniquement à partir des composantes verticales d'une force.
- Les charges libres ne peuvent pas être converties en masses.

### Etape 3 : masses

Lorsque les groupes de masse sont créés, les masses peuvent être saisies sur la structure. SCIA Engineer permet la saisie de :

- Masse nodale
- Masse concentrée sur 1D
- Masse linéique sur 1D



- Masse surfacique
- Masse linéaire sur un bord 2D
- Masse ponctuelle sur un bord 2D



Dans cet exemple, une masse de 500kg sera appliquée sur le nœud centrale de la poutre en utilisant l'option de « Masse nodale ».

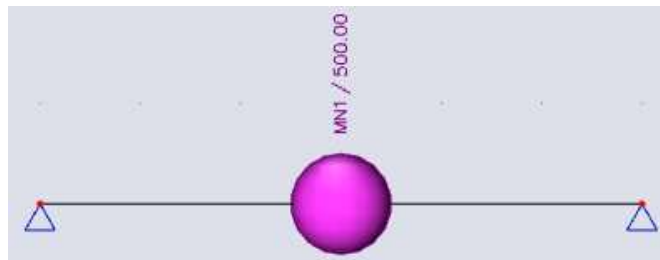


Les paramètres « Coeff mx », « Coeff my » et « Coeff mz » précisent quelle proportion de masse participera à la vibration suivant les axes globaux X, Y ou Z.

Ceci peut être utilisé lors du calcul d'une cheminée par exemple : quand le **Coeff m<sub>x</sub>** a la valeur 1 et les **Coeff m<sub>y</sub> et m<sub>z</sub>** sont pris égaux à 0, alors la masse ne peut vibrer que dans la direction globale X. Seuls les modes propres dans cette direction seront donc obtenus.

**I<sub>mx</sub>**, **I<sub>my</sub>** et **I<sub>mz</sub>** spécifient le moment d'inertie autour des axes globaux X, Y ou Z. Par défaut une masse nodale est concentrée, elle n'a donc aucune inertie. Lorsque la masse représente une grosse machine, il est possible de saisir le moment d'inertie de cette machine.

La masse nodale de 500kg est appliquée au nœud au milieu de la poutre :



Remarques :

- Pour afficher les masses et les étiquettes de masse, cliquer droit sur l'écran + « **Afficher les paramètres de toutes les entités** », onglet « **Charges / Masses** ».
- Les masses sont des **données additionnelles**, elles peuvent être déplacées / copiées à d'autres entités.

#### **Etape 4 : matrice de masse**

Ensuite, ces groupes de masse peuvent être combinés en « Combinaison de groupe de masse ». C'est en fait la matrice de masse M qui a été mentionnée au début de ce chapitre.



La Combinaison de Groupes de Masses fonctionne de la même manière qu'une Combinaison de Charges. Un coefficient multiplicateur peut être saisi pour chaque Groupe de Masses. Ceci peut être utilisé lorsque la masse d'une structure change au cours de sa durée de vie.

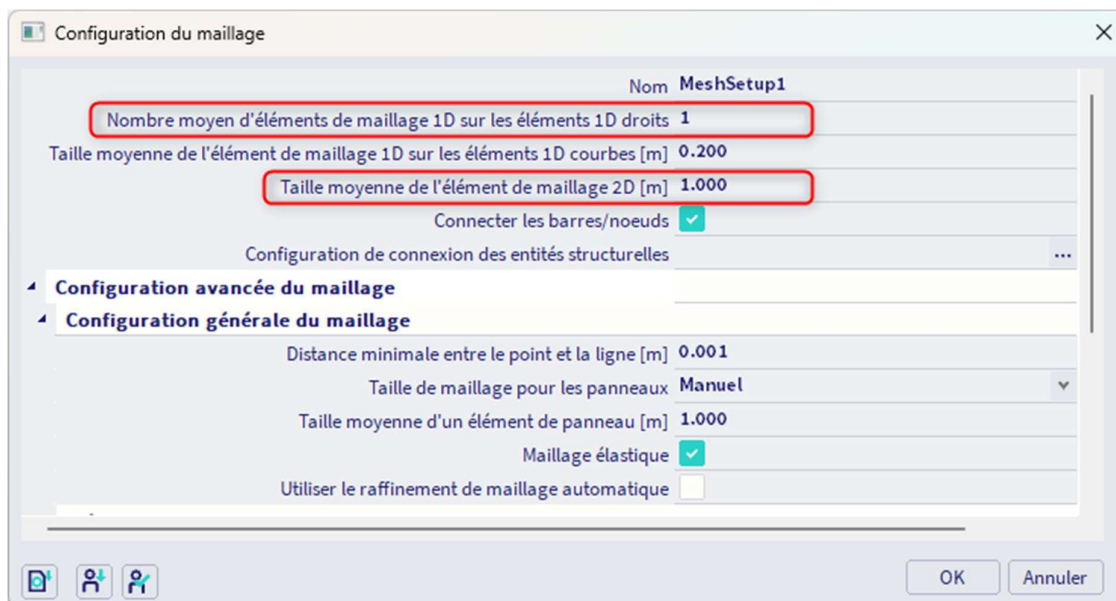
Considérons par exemple un réservoir d'eau. Une Combinaison de Groupes de Masses peut être créée avec un coefficient de 1,00 pour spécifier un réservoir plein et une autre Combinaison de Groupes de Masses peut être créée avec un coefficient de 0,50 pour spécifier un réservoir à moitié plein. De cette façon, les deux situations peuvent être calculées en même temps.

Comme indiqué dans l'étape 2 : le poids propre est automatiquement pris en compte pour chaque Combinaison de Groupes de Masses.

#### **Etape 5 : configuration du maillage**

Après avoir exécuté les étapes précédentes, le calcul peut être lancé. Cependant, comme indiqué précédemment, il peut être nécessaire d'affiner le maillage.

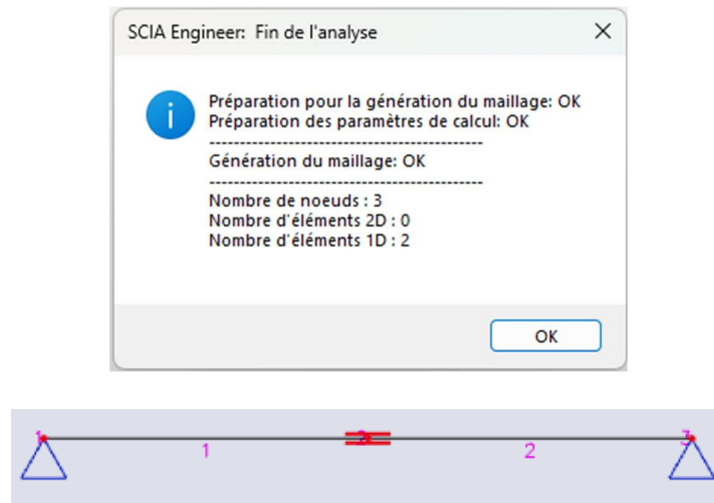
Cela peut se faire à partir du menu principal **Outils / Calcul et maillage / Configuration du maillage** :



Pour les éléments 1D (poutres), le « **Nombre moyen d'éléments de maillage 1D sur les éléments 1D droits** » peut être augmenté. En général, 5 à 10 éléments sont suffisants pour un calcul dynamique. Lorsque

vous spécifiez un nombre trop élevé, le calcul prendra beaucoup de temps. Pour les éléments 2D (plaques et coques), la « **Taille moyenne de l'élément de maillage 2D** » doit être modifiée.

Dans cet exemple, en raison de l'insertion du point milieu, il y a déjà un nœud de maillage à cet endroit. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir un maillage plus dense. Ceci peut être vérifié après la génération du maillage :



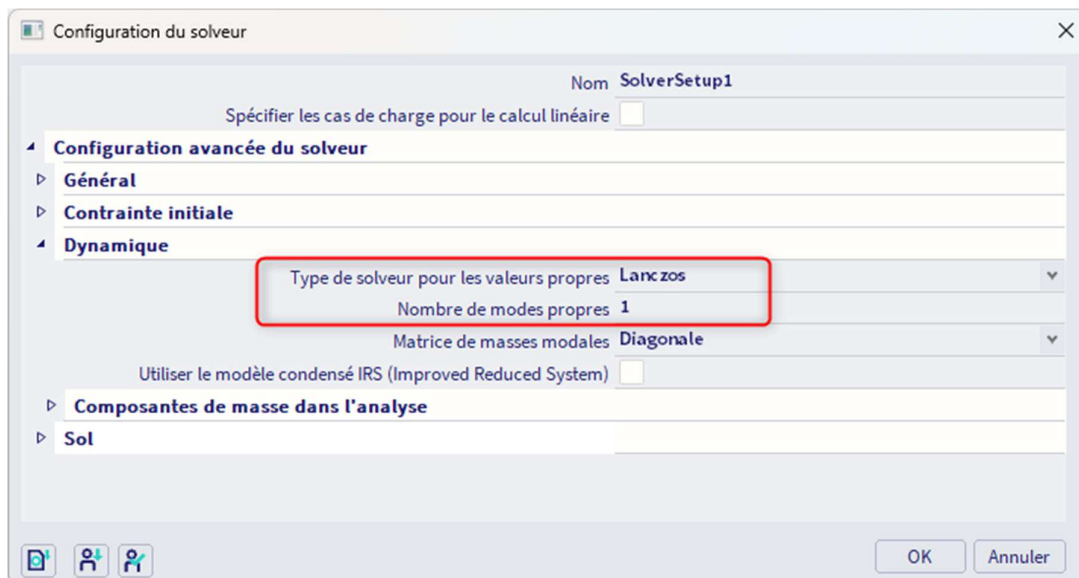
NB : Pour afficher les numéros des éléments finis, cliquer droit sur l'écran + « **Afficher les paramètres de toutes les entités** » :

- Onglet « **Structure** », dans « **Maillage** », cocher l'option « **Dessiner le maillage** ».
- Onglet « **Étiquettes** », dans « **Maillage** », cocher les options « **Afficher l'étiquette** » et « **Éléments 1D** ».

### Etape 6 : configuration du solveur

Une autre étape importante avant de lancer le calcul est de préciser le nombre de modes propres qui doivent être calculés.

Cela peut être fait à travers le menu principal **Outils / Calcul et maillage / Configuration du solveur** :



Par défaut, la méthode **Lanczos** est utilisée. Cette méthode est définie par défaut, même dans les anciens projets pour lesquelles une autre méthode était à l'origine utilisée. Comparée aux anciennes méthodes, la méthode Lanczos est plus rapide et plus stable.

Comme expliqué ci-dessus, le nombre de fréquences propres dépend du nombre de degrés de liberté de la structure qui dépendent à leur tour de la discrétisation.

Dans cet exemple, seul le nœud de maillage situé au milieu de la poutre peut vibrer à la verticale. Par conséquent un seul mode propre doit être calculé. Le **Nombre de Fréquences** peut ainsi être réduit à **1**.

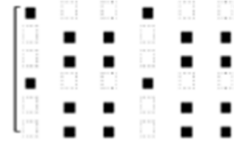
La matrice de masse modale peut être **Diagonale** ou **Consistante**.

Dans le premier cas (matrice diagonale), les masses sont affectées aux nœuds. La matrice ne contient que des composantes en diagonal ou en translation (pas en rotation). Cette méthode est beaucoup plus rapide mais moins précise.

Dans le second cas (matrice consistante), les masses sont distribuées le long des éléments à l'aide de fonctions de forme. La matrice contient des composantes en translation (mais pas en diagonal) ainsi qu'en rotation. Cette méthode est bien plus précise mais peut entraîner un temps de calcul plus important.



Matrice diagonale



Matrice consistante

L'option « Utiliser le modèle condensé IRS » nécessite que des étages soient définis, donc cette option ne peut être utilisée pour le moment dans ce cas. Une autre option « Produire les résultats de valeurs propres pour les voiles » n'apparaît que si vous utilisez l'extra programme ECTools pour analyser les effets sismiques sur la maçonnerie.

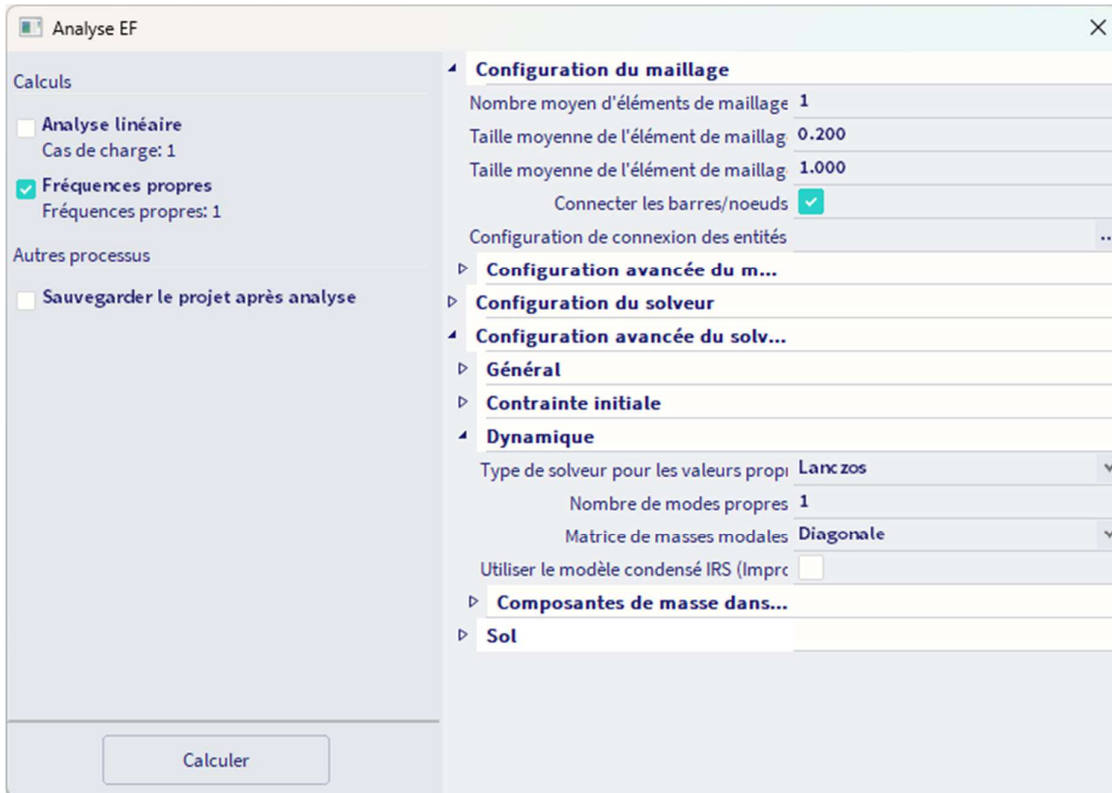
Remarque : Lorsque le nombre de fréquences est supérieur au nombre de degrés de liberté, un message apparaît lors du calcul et indique que le calcul ne peut être exécuté. La solution est soit de diminuer le nombre de fréquences calculées, ou bien de raffiner le maillage pour créer plus de degrés de liberté.





**Etape 7 : analyse modale**

La dernière étape est d'effectuer le calcul des **Fréquences propres** à partir du menu principal **Outils / Calcul et maillage / Calculer :**



Après calcul, l'option **Fréquences propres** devient disponible dans le poste de travail « Résultats » :

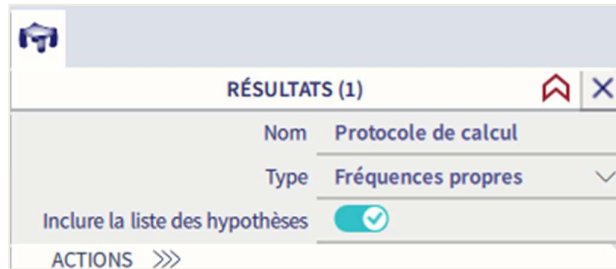


L'aperçu contient le résultat suivant :

<b>Fréquences propres</b>				
N	f [Hz]	$\omega$ [1/s]	$\omega^2$ [1/s <sup>2</sup> ]	T [s]
<b>Combinaison masse : CM1</b>				
1	6.32	39.69	1575.58	0.16

**Etape 8 : protocole de calcul**

D'après ce calcul, la fréquence propre du premier mode a une valeur de 6,32Hz. Pour avoir des résultats plus détaillés, il est possible d'ouvrir le Protocole de Calcul pour le calcul de Fréquences Propres :



### Protocole de calcul

**Calcul des modes propres**

Nombre d'éléments 2D	0
Nombre d'éléments 1D	2
Nombre de noeuds du maillage	3
Nombre d'équations	18
Combinaison de groupes de masses	CM1
Groupe de modificateurs	Aucun
Nombre de fréquences	1
Méthode	Lanczos
Théorie flexionnelle pour l'analyse des plaques/coques	Mindlin
Type de modèle d'analyse	Standard
Matrice de masses modales	Diagonale

**Somme des masses**

	Type de masse	X [kg]	Y [kg]	Z [kg]
CM1	Masse en mouvement	567.12	634.23	567.12
CM1	Masse totale	634.23	634.23	634.23

**Masses modales relatives**

Mode	vega [rad]	Période [s]	Fréq. [Hz]	$\Gamma_{xi}$	$\Gamma_{yi}$	$\Gamma_{zi}$	$W_{xi}/W_{xtot}$	$W_{yi}/W_{ytot}$	$W_{zi}/W_{ztot}$	$w_{i,R}/W_{xtot}$	$w_{i,R}/W_{ytot}$	$z_{i,R}/W_{ztot}$
1	39.6947	0.16	6.32	0.0000	0.0000	-23.8142	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
							0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Allons plus en détail dans les résultats du protocole de calcul.

Solution de la vibration libre :

- Le modèle a été divisé en 2 éléments finis, d'où 3 nœuds de maillage.
- Chaque nœud a 6 degré de liberté (X, Y, Z, Rx, Ry, Rz), d'où 18 équations.
- La combinaison de groupe de masse pour les résultats est CM1.
- Le nombre de modes dans les paramètres du solveur est de 1.
- La méthode Lanczos est utilisée pour effectuer le calcul.

La somme des masses montre la quantité de masse, qui peut vibrer pour cette combinaison de groupes de masse (CM1). Dans cet exemple, ceci est régi par la masse de 500kg et la masse de la poutre.

La masse de la poutre peut être divisée ainsi :

- La poutre est un IPE200 donc la section a une aire  $A = 0,00285\text{m}^2$
- La longueur de la poutre est de 6m
- La masse volumique du S235 est de  $7850\text{kg}/\text{m}^3$ .

$$M = 0,00285\text{m}^2 * 7850\text{kg}/\text{m}^3 = 22,3725\text{kg}/\text{m}$$

Maintenant, pour trouver la masse totale, il faut assigner les masses aux nœuds de maillage et prendre en compte les vibrations possibles :

- Pour le nœud 1 :  $1,5\text{m} * 22,3725\text{kg}/\text{m} = 33,5587\text{kg}$   
(1/4 de la masse de la poutre va au nœud de gauche)
- Pour le nœud 2 :  $3,0\text{m} * 22,3725\text{kg}/\text{m} + 500\text{kg} = 67,1175\text{kg} + 500\text{kg} = 567,1175\text{kg}$   
(1/2 de la masse de la poutre va au nœud central de même que la masse du nœud au nœud)
- Pour le nœud 3 :  $1,5\text{m} * 22,3725\text{kg}/\text{m} = 33,55875\text{kg}$   
(1/4 de la masse de la poutre va au nœud de droite)



	Direction X	Direction Y	Direction Z
Nœud 1	Encastré	(portique XZ)	Encastré
Nœud 2	567,1175kg	(portique XZ)	567,1175kg
Nœud 3	Encastré	(portique XZ)	Encastré
Total	634,2349kg	X	634,2349kg
Protocole de calcul	634,23kg	0kg	634,23kg

Comme on peut le constater, la somme des masses dans le protocole de calcul correspond à la somme des masses dans tous les nœuds de maillage, en tenant compte des degrés de liberté dans chaque nœud.

Il est clair qu'un maillage plus dense donnera une participation plus précise de la masse de la poutre.

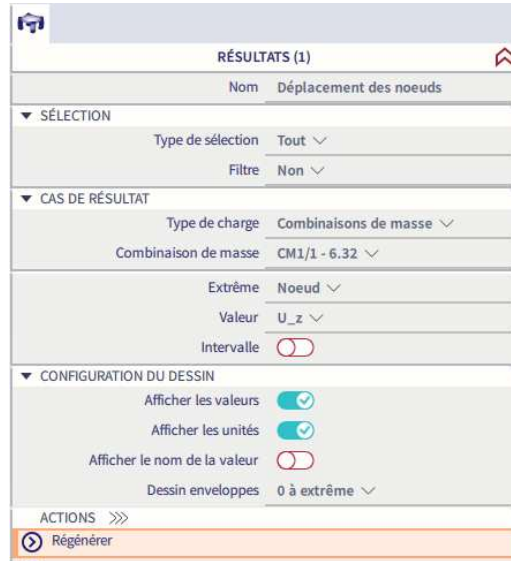
Les **Facteurs de Participation Modale** montrent la quantité de masse qui vibre pour un mode propre spécifique en tant que pourcentage de la masse totale. Dans cet exemple,  $W_{zi}/W_{z\text{tot}}$  est égal à 1, ce qui signifie que 100% de la masse vibre dans le sens vertical pour le premier mode propre. Cela signifie que dans les autres degrés de liberté, aucune masse ne se déplacera dans la direction Z.

Le rapport  $W_{yi\_R}/W_{y\text{tot\_R}}$  est égal à 1, cela signifie que ce premier mode propre est le seul mode dont la masse peut tourner autour de l'axe global Y.

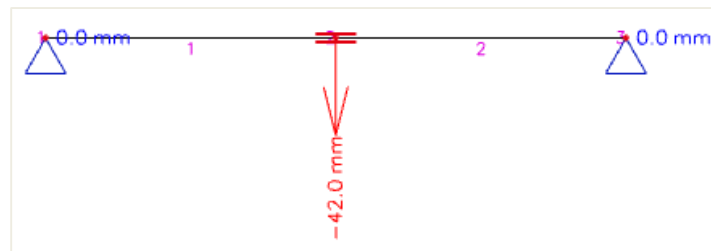
Remarquons que ces résultats seraient fortement modifiés si le maillage était raffiné, puisque plus de modes entraîneraient davantage de degrés de liberté et donc plus de fréquences propres possibles. Ces facteurs seront revus plus en détail lors des calculs sismiques.

### Etape 9 : déplacement des nœuds

Le mode propre peut être visualisé à travers les **Déplacements des Nœuds**.



- « Type de sélection » = **Tout**
- « Type de charge » = **Combinaisons de Masses**
- Pour chaque mode propre, une combinaison de masse spécifique peut être choisie.
- « Valeur » = **U<sub>z</sub>** pour montrer la déformation des nœuds du maillage.



#### Déplacement des nœuds

Les formes modales sont normalisées de telle façon que la masse généralisée de chaque mode est égale à 1kg.  
 Combinaison masse: CM1/1 - 6.32  
 Extrême: Noeud  
 Sélection: Tout

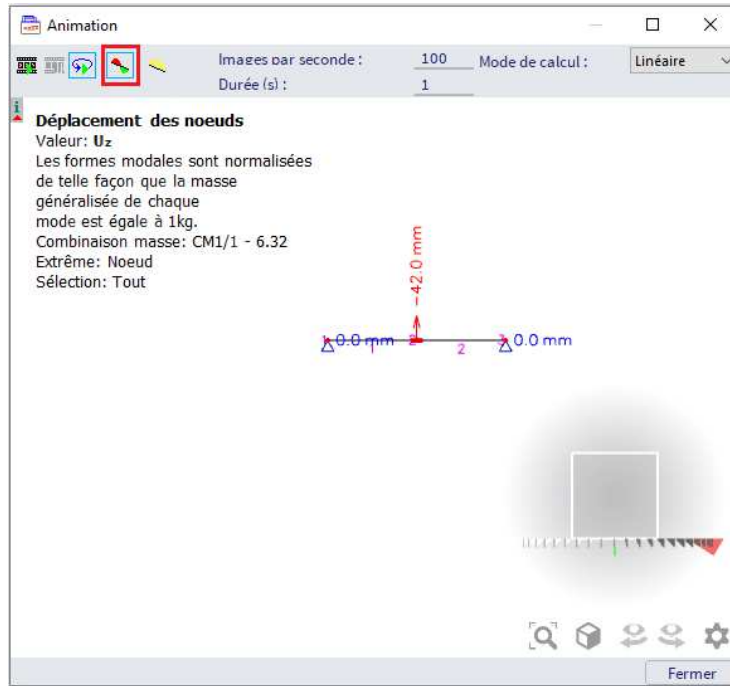
Nom	Cas	U <sub>x</sub> [mm]	U <sub>z</sub> [mm]	Φ <sub>y</sub> [mrad]	U <sub>total</sub> [mm]
N1	CM1/1 - 6.32	0.0	0.0	20.7	0.0
N2	CM1/1 - 6.32	0.0	0.0	-20.7	0.0
N3	CM1/1 - 6.32	0.0	-42.0	0.0	42.0

Le résultat est comme prévu, le nœud interne vibre. Un maillage plus dense donnera une bien meilleure représentation du Mode Propre. Il est important de garder à l'esprit que la vibration se fait dans deux directions : dans ce cas le mode qui est représenté montre un déplacement vers le haut, cependant une demi-période plus tard, le déplacement se fera vers le bas.

La vibration libre ne donne que la conception des propriétés de la structure et permet de prédire son comportement pour des charges variant en fonction du temps. Dans la nature, chaque corps préfère rester statique. Si forcés de se déplacer, il préfère la voie qui nécessite la consommation de la plus petite quantité d'énergie. Ces moyens de déplacement sont les modes propres.

Les modes propres ne représentent pas la déformation réelle de la structure. Ils ne montrent que la déformation qui est «naturelle» pour la structure. C'est pourquoi les déplacements calculés sont des nombres sans dimension. Les résultats fournis sont orthonormés, c'est à dire qu'ils ont une relation particulière avec les masses dans la structure. La valeur absolue des nombres individuels n'est pas importante. Ce qui importe, c'est leur proportion mutuelle.

La vibration de la structure peut être affichée par le menu principal **Résultat / Animation**. L'option « Symétrie » permet de visualiser la vibration réelle dans les deux directions.



Remarque : en utilisant CTRL + clic droit de la souris, la structure peut être tournée dans la fenêtre d'animation.

### Calcul manuel

Pour vérifier les résultats de SCIA Engineer, la fréquence propre de cette structure a été calculée manuellement.

D'après la référence [1], la fréquence circulaire d'une poutre sur deux appuis avec une masse au milieu peut se calculer comme suit :

$$\omega^2 = 48 \cdot \frac{EI}{ML^3}$$

Avec :

- ω : fréquence circulaire
- E : module d'Young
- I : moment d'inertie de la poutre
- L : longueur de la poutre
- M : masse au milieu de la poutre

Dans cet exemple :

- E = 210000N/mm<sup>2</sup>
- I<sub>y</sub> = 19430000mm<sup>4</sup>
- L = 6000m
- M = 500kg

On a donc :

$$\omega^2 = \frac{48 * 210000 \text{ N/mm}^2 * 19430000 \text{ mm}^4}{500 \text{ kg} * (6000 \text{ mm})^3} = 1813,47 \text{ rad}^2/\text{s}^2$$

$$\omega = 42,58 \text{ rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 6,78 \text{ Hz}$$

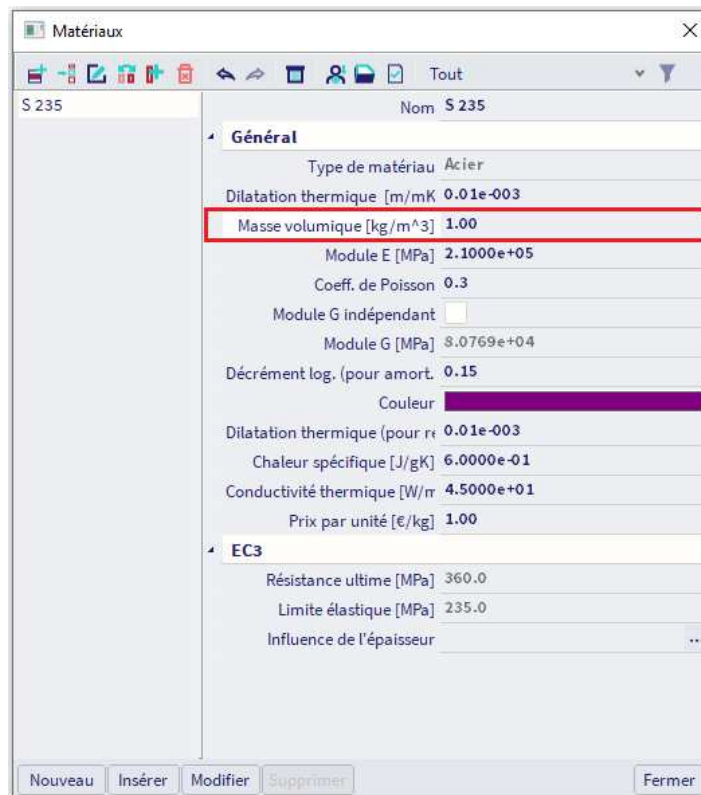
Le résultat calculé par SCIA est 6,32Hz.

La différence de résultats est liée à deux hypothèses faites dans le calcul manuel :

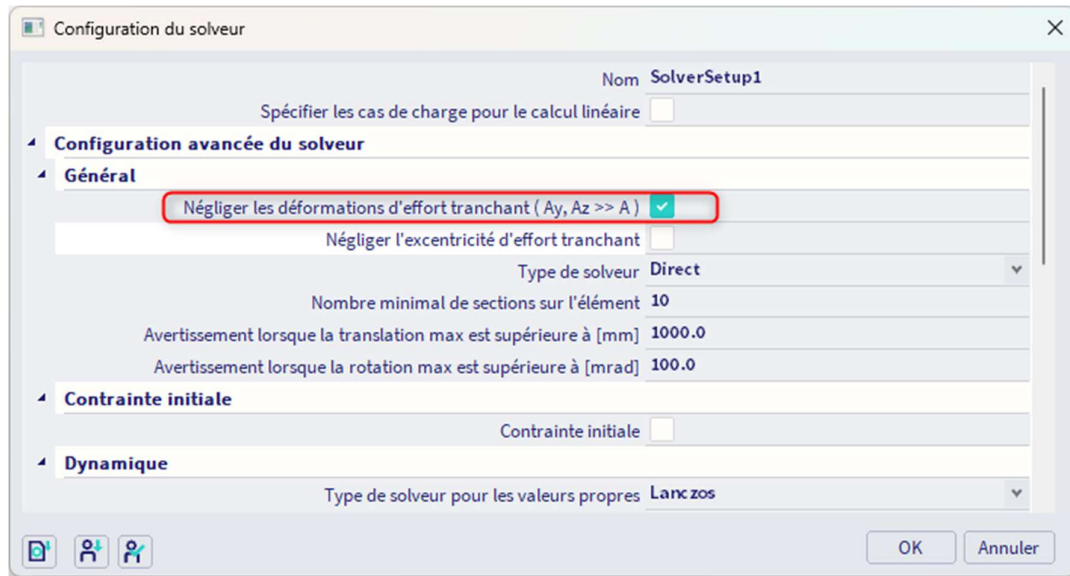
- Le calcul manuel ne prend pas en compte le poids propre de la poutre.  
Comme  $\omega = \sqrt{k/m}$ , une masse plus petite entrainera un  $\omega$  plus grand ainsi qu'un  $f$  plus important.
- Le calcul manuel ne prend pas en compte la déformation d'effort tranchant  
Une déformation plus faible entrainera une raideur  $k$  plus haute, un  $\omega$  plus grand ainsi qu'un  $f$  plus important.

Ces deux hypothèses peuvent être également être saisies dans le modèle de calcul de SCIA Engineer.

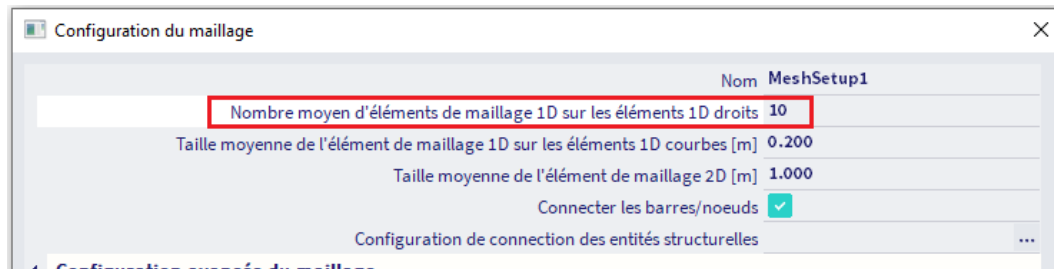
- Pour ne pas prendre en compte le poids propre, la masse volumique du matériau S235 peut être définie à 1kg/m<sup>3</sup> dans la bibliothèque de matériaux :



- Pour négliger les déformations d'effort tranchant, il faut activer l'option dans le menu principal **Outils / Calcul et maillage / Configuration du solveur** :



- Pour obtenir un résultat correct et précis, le maillage doit aussi être raffiné à 10 éléments finis. Cela peut se faire par le menu principal **Outils / Calcul et maillage / Configuration du maillage**.



Maintenant après calcul, on obtient les résultats suivants :

<b>Fréquences propres</b>				
N	f [Hz]	$\omega$ [1/s]	$\omega^2$ [1/s <sup>2</sup> ]	T [s]
<b>Combinaison masse : CM1</b>				
1	6.78	42.58	1813.32	0.15

Ces résultats correspondent exactement au calcul manuel.

Cet exemple montre clairement l'importance des hypothèses liées aux théories appliquées. En comparant les résultats entre deux calculs, toujours s'assurer que les hypothèses sont les mêmes.

## 2.3 Portiques

Dans ce chapitre, le calcul de vibration libre est illustré sur une structure en portiques. Les principes de la théorie sont appliqués en détail et vérifiés par des calculs manuels.

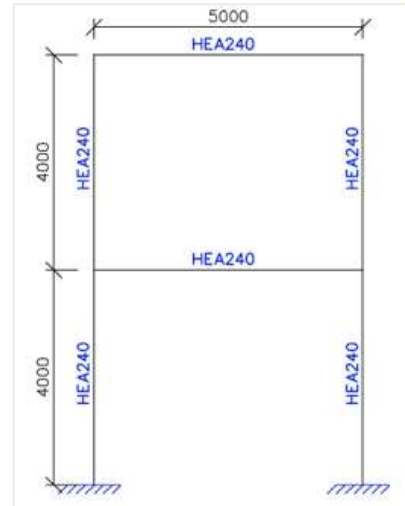
### Exemple 02-2 :

Dans cet exemple, un portique de deux étages est modélisé. Les éléments sont en section **HEA240** et sont fabriqués en **S235** selon l'**EC-EN**.

La hauteur de chaque étage est de **4m**.  
La portée du portique est de **5m**.  
Les fondations sont encastrées.

Un cas de charge statique est créé : le **poids propre**.

Sur les poutres de plancher et de toiture, une masse linéaire de **500kg/m** est introduite.

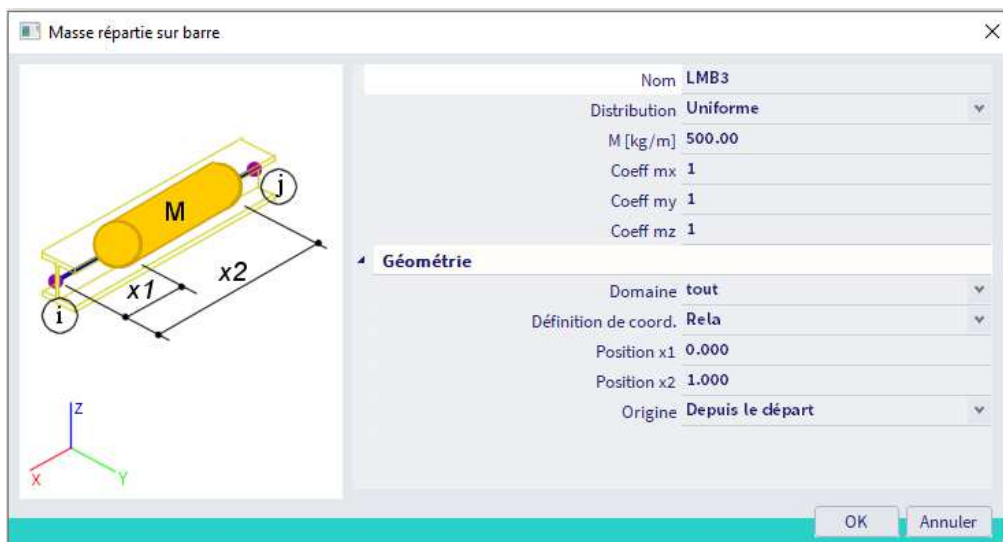


### Etape 1&2 : fonctionnalité et groupe de masse

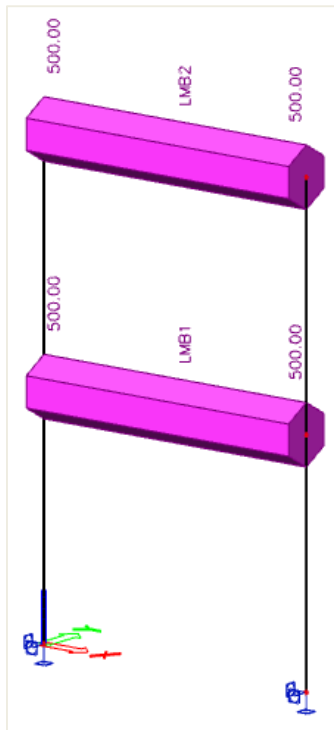
L'activation de la fonctionnalité « Dynamique » et la création de groupes de masse sont identiques à l'exemple précédent.

### Etape 3 : masses

Lorsque le groupe est créé, la masse linéaire de 500kg/m peut être saisie sur les poutres de toiture et de plancher du portique.







Remarque : pour afficher le rendu des masses, cliquer droit sur l'écran + « **Afficher les paramètres de toutes les entités** », puis allez dans l'onglet « **Charges / masses** ».

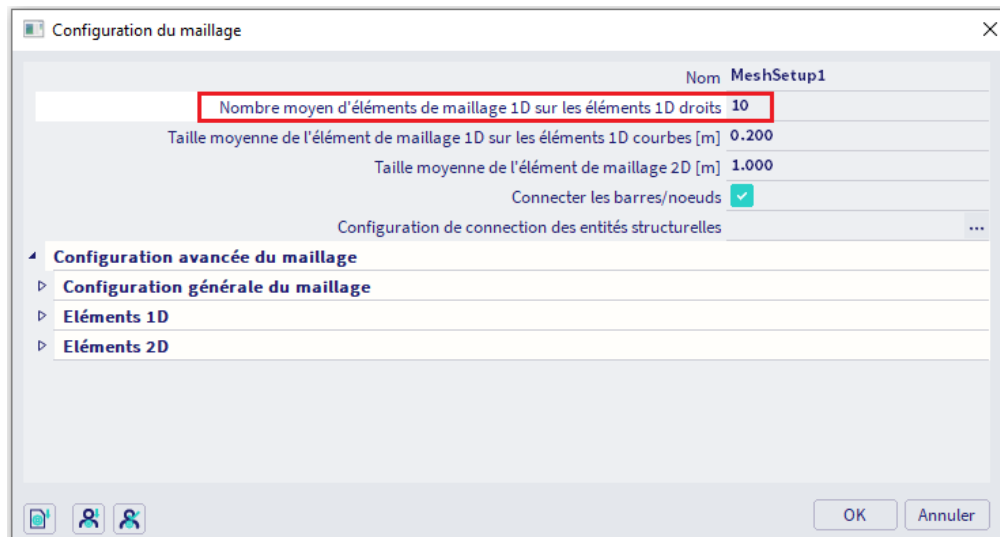
#### **Etape 4 : combinaison de groupe de masse**

Ensuite, une **Combinaison de groupes de masses** peut être créée :



#### **Etape 5 : configuration du maillage**

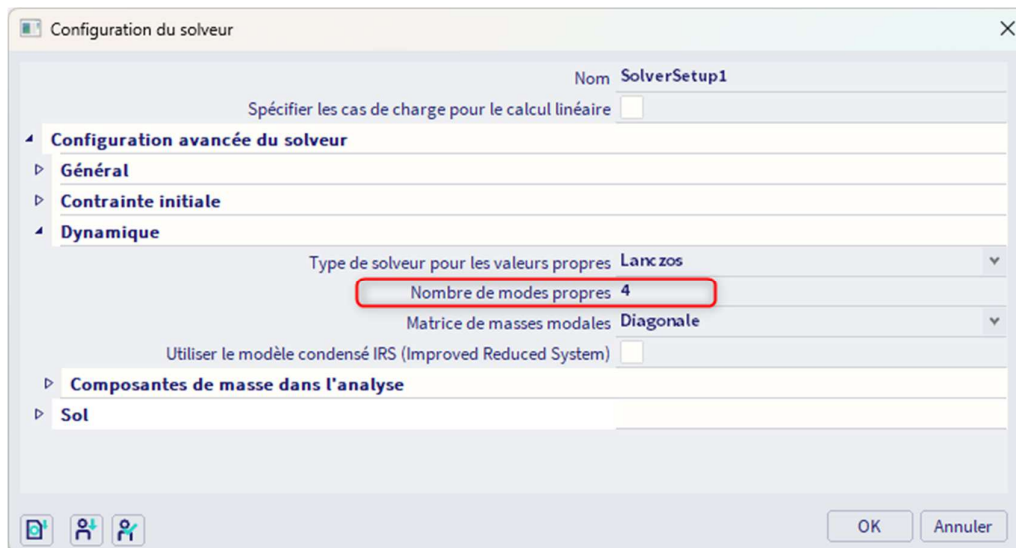
Pour obtenir des résultats précis pour le calcul dynamique, le maillage doit être raffiné. Ceci peut être réalisé à travers le menu **Outils / Calcul et maillage / Configuration du maillage**.



Le « **nombre moyen d'éléments de maillage 1D sur les éléments 1D droits** » est pris égal à 10 pour obtenir une bonne distribution des masses réparties et des masses des éléments.

#### **Etape 6 : configuration du solveur**

La dernière étape avant de lancer le calcul consiste à saisir le nombre de modes propres à calculer. Ceci peut être réalisé à travers le menu **Outils / Calcul et maillage / Configuration du solveur**. La valeur de 4 est suffisante pour cet exemple.



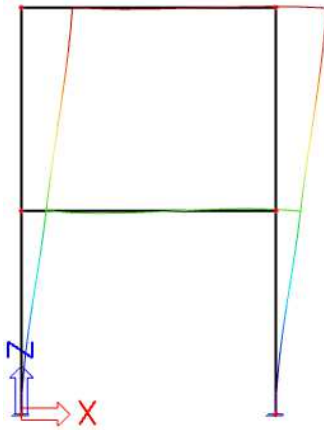
#### **Etape 6 : analyse modale**

Le calcul des **Fréquences propres** peut être exécuté à partir du menu **Outils / Calcul et maillage / Calculer**. Les résultats suivants sont obtenus :

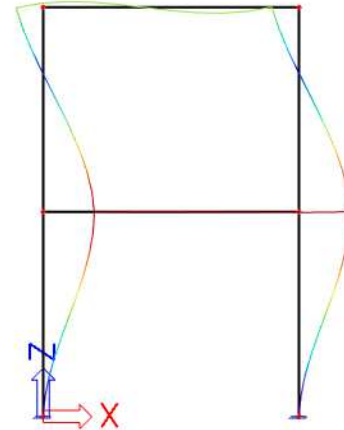
### Fréquences propres

N	f [Hz]	$\omega$ [1/s]	$\omega^2$ [1/s <sup>2</sup> ]	T [s]
<b>Combinaison masse : CM1</b>				
1	2.90	18.25	333.01	0.34
2	9.58	60.22	3626.53	0.10
3	14.64	91.99	8462.43	0.07
4	17.15	107.78	11615.85	0.06

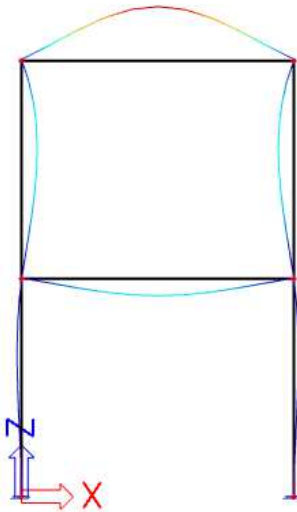
Comme indiqué dans le précédent paragraphe, en utilisant « **Déformations 3D** », la « **Déformée du maillage** » peut être affichée pour voir les modes propres :



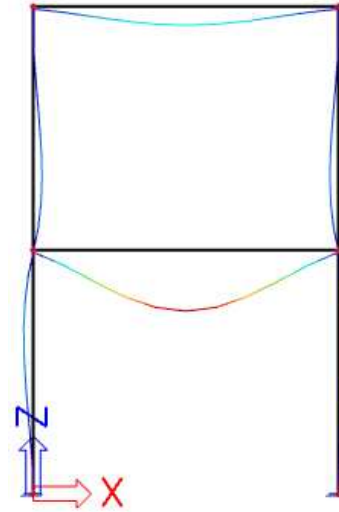
Mode propre 1 :  $f = 2,90\text{Hz}$



Mode propre 2 :  $f = 9,58\text{Hz}$



Mode propre 3 :  $f = 14,64\text{Hz}$



Mode propre 4 :  $f = 17,15\text{Hz}$

Le « **Protocole de calcul** » pour les « **Fréquences propres** » donne les résultats suivants :

**Somme des masses**

	Type de masse	X [kg]	Y [kg]	Z [kg]
CM1	Masse en mouvement	6543.37	6567.49	6543.37
CM1	Masse totale	6567.49	6567.49	6567.49

**Masses modales relatives**

Mode	Wega [rad]	Période [s]	Fréq. [Hz]	$\Gamma_{xi}$	$\Gamma_{yi}$	$\Gamma_{zi}$	$W_{xi}/W_{xtot}$	$W_{yi}/W_{ytot}$	$W_{zi}/W_{ztot}$	$xi\_R/W_{xtot}$	$yi\_R/W_{ytot}$	$zi\_R/W_{ztot}$
1	18.2491	0.34	2.90	75.1282	0.0000	0.0000	0.8626	0.0000	0.0000	0.0000	0.0805	0.0000
2	60.2224	0.10	9.58	-26.9398	0.0000	0.0000	0.1109	0.0000	0.0000	0.0000	0.4202	0.0000
3	91.9942	0.07	14.64	0.0000	0.0000	-31.6956	0.0000	0.0000	0.1535	0.0000	0.0000	0.0000
4	107.78	0.06	17.15	0.0000	0.0000	-59.3291	0.0000	0.0000	0.5379	0.0000	0.0000	0.0000
							0.9735	0.0000	0.6915	0.0000	0.5007	0.0000

La somme des masses montre la quantité de masse qui peut vibrer pour cette Combinaison de Groupes de Masses. Dans cet exemple, ceci est régi par la masse répartie de 500 kg/m et la masse des éléments.

Ces valeurs peuvent être calculées comme suit :

- Les éléments sont de type HEA 240 avec une section de  $A = 0,00768 \text{ m}^2$
- La masse volumique du S235 est de  $7850 \text{ kg/m}^3$
- La longueur totale des éléments est  $4 \times 4\text{m} + 2 \times 5\text{m} = 26\text{m}$

Toutefois, comme cela a été précisé dans 2.2, les masses sont guidées vers les nœuds du maillage. Le maillage est constitué de 10 divisions pour chaque membre.

Ceci implique que pour les deux poteaux du bas, la moitié de la masse d'un élément 1D est guidée vers l'appui et ne participe pas à la vibration libre.

- La longueur des poteaux est de 4m
- La longueur d'un élément 1D est de  $4\text{m} / 10 = 0,4\text{m}$
- La longueur de la moitié d'un élément 1D est  $0,4\text{m} / 2 = 0,2\text{m}$ 
  - o La longueur totale des éléments pris en compte pour la masse est  $26\text{m} - 0,2\text{m} - 0,2\text{m} = 25,6\text{m}$
  - o Masse totale =  $0,00768 \text{ m}^2 \times 25,6 \text{ m} \times 7850 \text{ kg/m}^3 = 1543,37 \text{ kg}$

Cette masse est ajoutée à la masse répartie de 500 kg/m

- o Masse vibrante =  $2 \times 500 \text{ kg/m} \times 5\text{m} + 1543,37 \text{ kg} = \mathbf{6543,37 \text{ kg}}$

Les **Facteurs de Participation Modale** montrent la quantité de masse qui vibre pour un mode propre spécifique comme un pourcentage de la masse totale.

Pour le mode propre 1 : 86% de la masse totale vibre dans la direction X

Pour le mode propre 2 : 11% de la masse totale vibre dans la direction X

Pour le mode propre 3 : 15% de la masse totale vibre dans la direction Z

Pour le mode propre 4 : 54% de la masse totale vibre dans la direction Z

La dernière ligne montre le pourcentage total de la masse lorsque ces quatre modes sont combinés : **97%** est prise en compte dans la direction X et **69%** dans la direction Z.

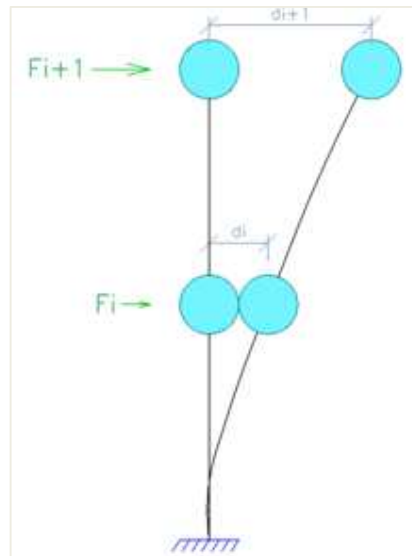
Ces facteurs seront considérés plus en détail lors des calculs sismiques dans le chapitre 4. Pour un calcul sismique, il est nécessaire qu'un nombre suffisant de modes propres soient inclus dans le calcul de sorte qu'au moins 90% de la masse totale soit prise en compte [7].

**Calcul manuel**

Pour vérifier les résultats de SCIA Engineer, la fréquence propre la plus basse, ou fréquence naturelle, de cette structure est calculée par un calcul manuel.

La méthode utilisée ici est décrite dans la littérature comme la méthode d'énergie de Rayleigh [1], [13].

Dans cette méthode, la structure est idéalisée comme un porte-à-faux avec des masses regroupées à chaque étage :



La structure est alors chargée par des efforts horizontaux augmentant de manière linéaire à chaque étage. Par ce chargement, la structure se déformera et la rigidité du système sera déterminée. La fréquence propre de la structure peut alors être approximativement calculée comme suit :

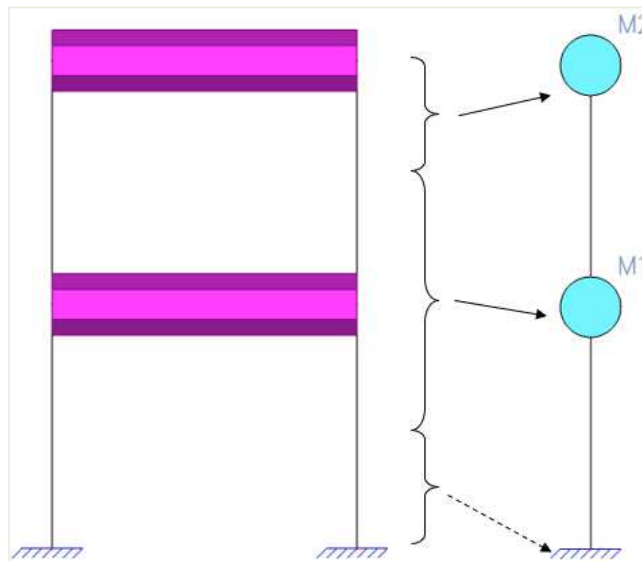
$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot d_i}{\sum_{i=1}^n M_i \cdot d_i^2}} \quad (2.8)$$

Avec:

- n : nombre d'étages
- Fi : effort horizontal agissant à l'étage i
- di : déformation horizontale de l'étage i
- Mi : masse idéalisée de l'étage i

L'analogie entre cette formule et  $\omega = \sqrt{k/m}$  peut clairement être vue.

Pour utiliser cette formule, le portique a besoin d'être idéalisé comme un porte-à-faux :



La masse de la partie la plus basse de la structure est symbolisée par l'appui du porte-à-faux, cette masse ne participe donc pas dans la vibration.

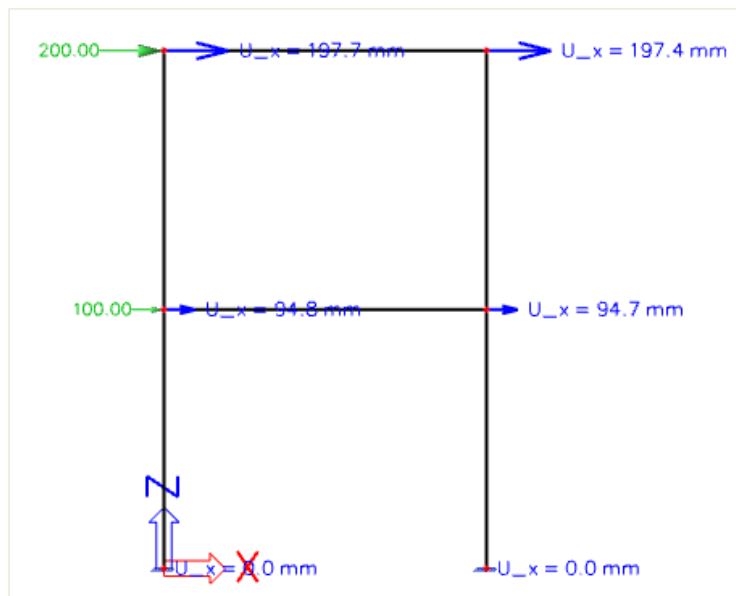
La masse  $M_1$  peut être calculé comme suit :

$$0,00768 \text{ m}^2 \times (5 + 4 + 4) \text{ m} \times 7850 \text{ kg/m}^3 + 500 \text{ kg/m} \times 5 \text{ m} = \mathbf{3283,74 \text{ kg}}$$

La masse  $M_2$  peut être calculé comme suit :

$$0,00768 \text{ m}^2 \times (5 + 4) \text{ m} \times 7850 \text{ kg/m}^3 + 500 \text{ kg/m} \times 5 \text{ m} = \mathbf{3042,59 \text{ kg}}$$

Pour calculer les déformations horizontales  $d_i$  de chaque étage liées à l'effort  $F_i$  qui augmente linéairement, un cas de charge statique est calculé avec SCIA Engineer, qui consiste en des charges de 100kN et 200kN. Les résultats suivants sont obtenus pour les déformations aux nœuds :



- $F_1 = 100\text{kN} = 100000\text{N}$       =>  $d_1 = 94,7\text{mm} = 0,0947\text{m}$
- $F_2 = 200\text{kN} = 200000\text{N}$       =>  $d_2 = 197,4\text{mm} = 0,1974\text{m}$

En appliquant la formule (2.8) :

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{100000\text{N} * 0,0947\text{m} + 200000\text{N} * 0,1974\text{m}}{3283,74\text{kg} * (0,0947)^2 + 3042,59\text{kg} * (0,1974\text{m})^2}} = 2,88\text{Hz}$$

Ce résultat correspond au 2,90Hz calculé par SCIA Engineer.

## 2.4 Combinaisons de groupes de masse

Les groupes de masse sont combinés en **combinaisons de groupes de masse**.

Selon l'Eurocode 8 [7] article 3.2.4, les effets d'inertie de l'action sismique de calcul doivent être évalués en prenant en compte la présence des masses associées à toutes les charges gravitaires qui apparaissent dans la combinaison d'actions suivantes :

$$\sum G_k + \sum \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \tag{2.9}$$

Avec :

- $G_k$  : valeur caractéristique de la charge permanente
- $Q_{k,i}$  : valeur caractéristique de la charge variable  $i$
- $\psi_{E,i}$  : coefficient de combinaison pour la charge  $i = \varphi \cdot \psi_{2,i}$

Les coefficients de combinaison  $\psi_{E,i}$  prennent en compte la probabilité que les charges variables ne soient pas présentes sur la totalité de la structure pendant le séisme.

L'article 4.2.4 de l'Eurocode 8 [7] indique que  $\psi_{E,i}$  doit être calculé comme suit :

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i}$$

NOTE Les valeurs devant être attribuées à  $\varphi$  pour être utilisées dans un pays peuvent être trouvées dans l'annexe nationale au présent document. Les valeurs recommandées de  $\varphi$  sont présentées dans le Tableau 4.2.

**Tableau 4.2 — Valeurs de  $\varphi$  pour le calcul de  $\psi_{Ei}$**

Type d'action variable	Étage	$\varphi$
Catégories A à C*	Toit	1,0
	Étages à occupations corrélées	0,8
	Étages à occupations indépendantes	0,5
Catégories D à F *) et archives		1,0
*) Catégories définies dans l'EN 1991-1-1:2002.		

Par exemple, si un premier groupe de masse MG1 représente la masse des charges permanentes, et un second groupe de masse MG2 représente un cas de charges variables avec une **catégorie B** imposée et des étages à occupations indépendantes, alors  $\varphi$  sera pris égal à **0,5** et  $\psi_{2,i}$  sera pris égal à **0,3**.

Cela donne une valeur de **0,15** pour  $\psi_{E,i}$ .

La combinaison de groupe de masse **CM1** peut être formulée comme suit : **1,00.MG1 + 0,15.MG2**



**Exemple 02-3 :**

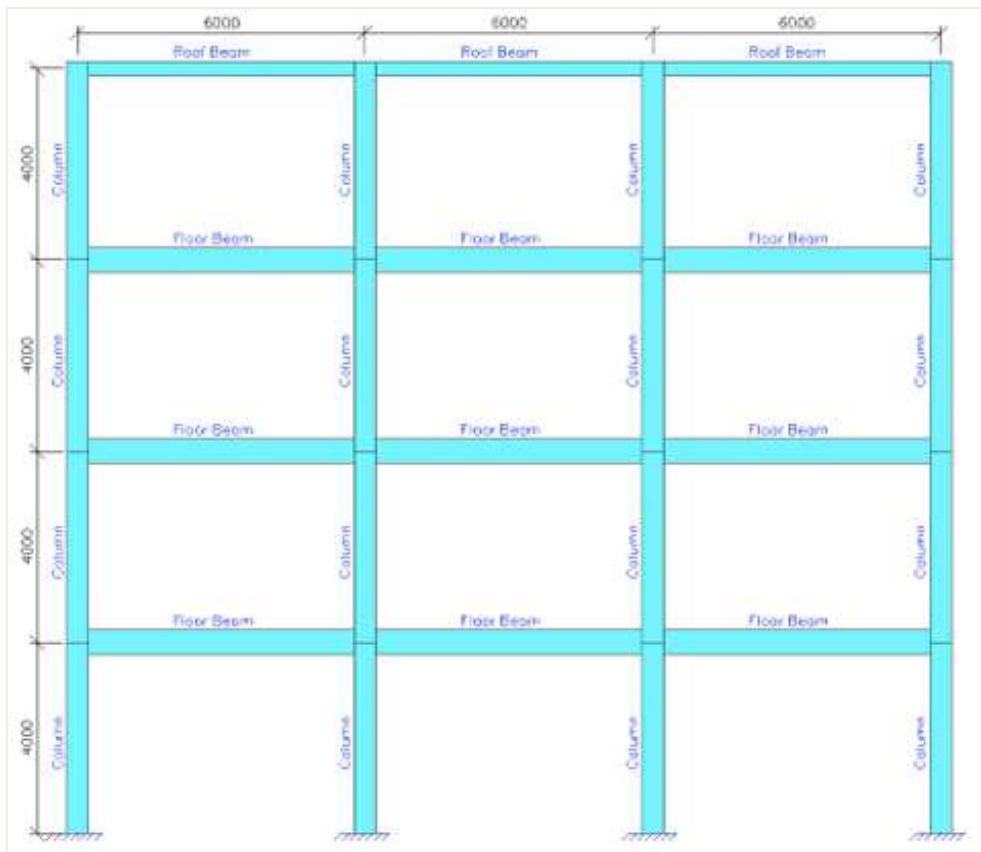
Dans cet exemple, un immeuble de bureaux est modélisé par un portique. Le béton utilisé est de type **C30/37** selon l'**EC-EN**. Le bâtiment a quatre étages de **4m** de hauteur. Dans le sens horizontal, le cadre est composé de quatre poteaux espacés de **6 mètres**. Dans le sens hors plan, les portiques sont espacés de 5m. Les bases des poteaux sont encastrées.

Les éléments du portique ont les sections suivantes:

- les poteaux : **Rectangulaire 300 x 450**
- les poutres de plancher: **Rectangulaire 250 x 500**
- les poutres de toiture : **Rectangulaire 150 x 300**

Les charges verticales agissant sur la structure sont les suivantes :

- le **poide propre** des membres en béton
- le poids des étages: **5 kN/m<sup>2</sup>**
- le poids du toit: **2 kN/m<sup>2</sup>**
- une charge d'exploitation de catégorie B (Bureau) de **3 kN/m<sup>2</sup>**



Ceci donne trois Cas de charges statiques :

- LC1 : **poide propre**
- LC2 : charge permanente : **25 kN/m** sur les poutres de plancher, **10 kN/m** sur les poutres de toiture
- LC3 : charge variable : **15 kN/m** sur les poutres de plancher



**Etape 1 : fonctionnalité**

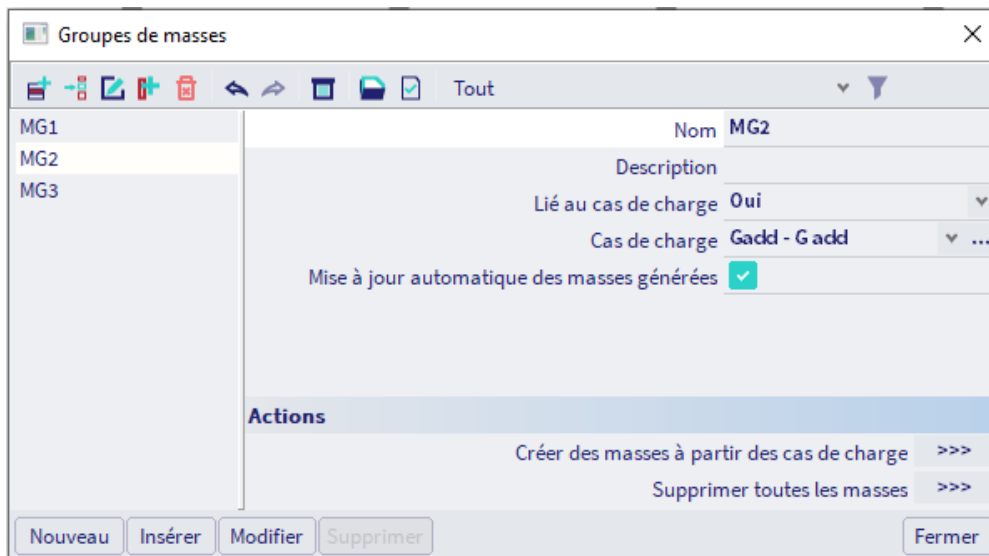
La première étape dans le calcul dynamique est d'activer la fonctionnalité « **Dynamique** » dans l'onglet « **Fonctionnalité** » des « **Paramètres du projet** ».

**Etape 2 & 3 : groupe de masse**

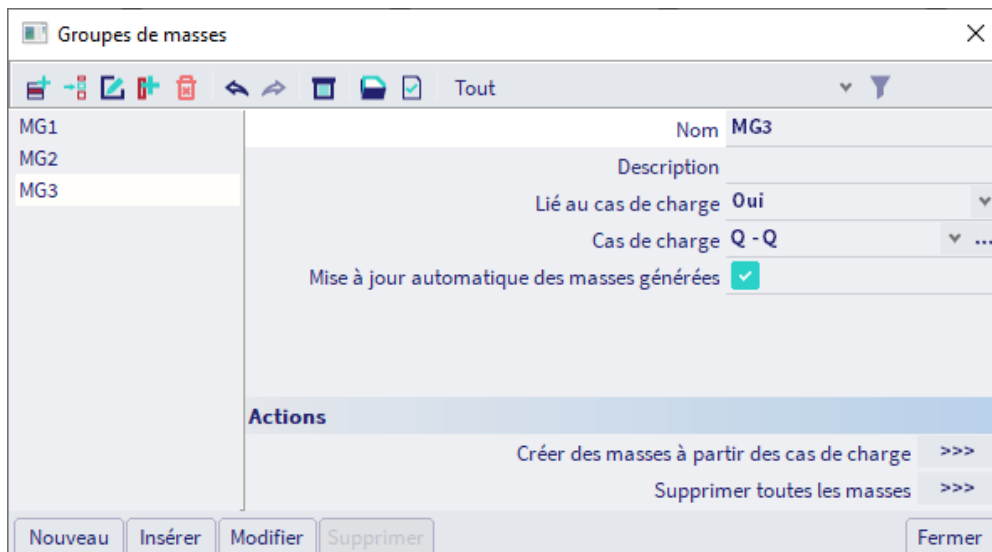
La seconde étape consiste à créer des « **Groupe de masse** ». La troisième est de créer des **Masses**.

Trois « **Groupe de Masses** » sont créés, un pour le poids propre et un pour chaque cas de charge statique.

Pour le Groupe de masse **MG2**, le cas de charge **LC2** est choisi : le poids des planchers et de la toiture. En utilisant l'action « **Générer des masses à partir d'un cas de charge** », vous avez la possibilité de générer automatiquement des masses à partir des charges déjà saisies.



De la même manière, vous pouvez créer le Groupe de masses **MG2** dans lequel les masses sont automatiquement générées à partir du cas de charge **LC3** : la charge d'exploitation.



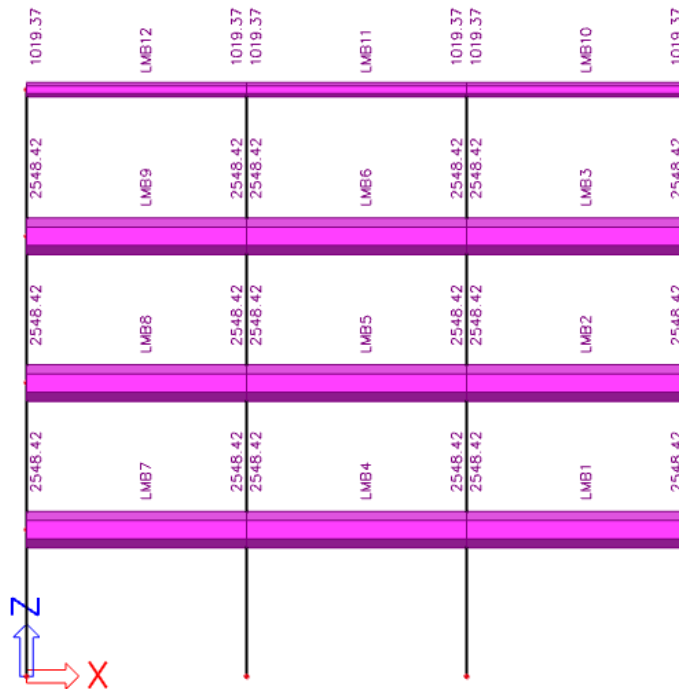
**Remarque :**

Comme indiqué dans le premier exemple, lorsque vous créez des masses à partir de charges, SCIA Engineer va utiliser l'accélération de gravité spécifiée dans l'onglet **Actions** qui se trouve dans les **Paramètres du projet**. Par défaut cette valeur est de **9,81 m/s<sup>2</sup>**

La masse qui a été créée à partir d'un cas de charge peut être régénérée automatiquement lorsque le cas de charge est modifié. Pour lier la masse à un cas de charge, vous devez activer l'option **“Mise à jour automatique des masses générées”**:

Le contenu des deux « **Groupes de Masses** » peut être visualisé.

Groupes de Masses MG2 :



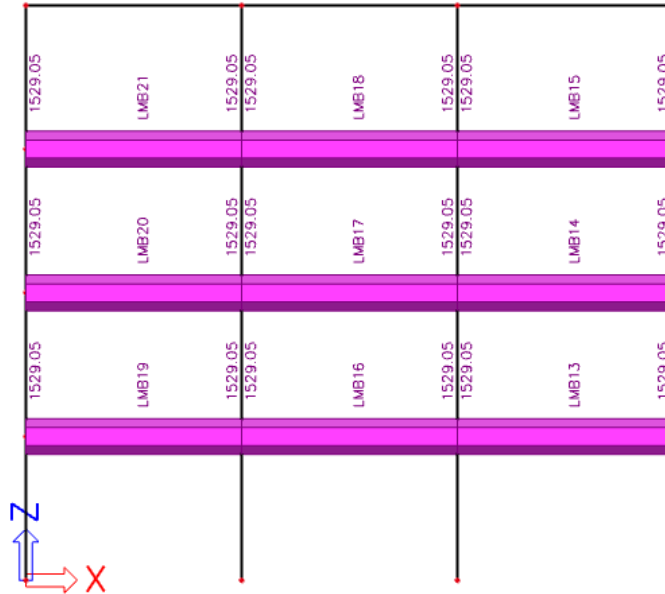
Masse du plancher :

$$\frac{25000 \text{ N/m}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 2548,4 \text{ kg/m}$$

Masse du toit :

$$\frac{10000 \text{ N/m}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 1019,4 \text{ kg/m}$$

Groupe de Masses MG3 :



Masse de la charge d'exploitation :

$$\frac{15000 \text{ N/m}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 1529,1 \text{ kg/m}$$

**Etape 4 : matrice de masse**

Les deux Groupes de Masses peuvent être combinés dans une **Combinaison de Groupes de Masses**. Selon l'Eurocode 8 [7], toutes les charges de gravité apparaissant dans la combinaison d'actions suivante doivent être prises en compte pour le calcul des modes propres :

$$\sum G_k + \sum \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \tag{2.9}$$

Avec :

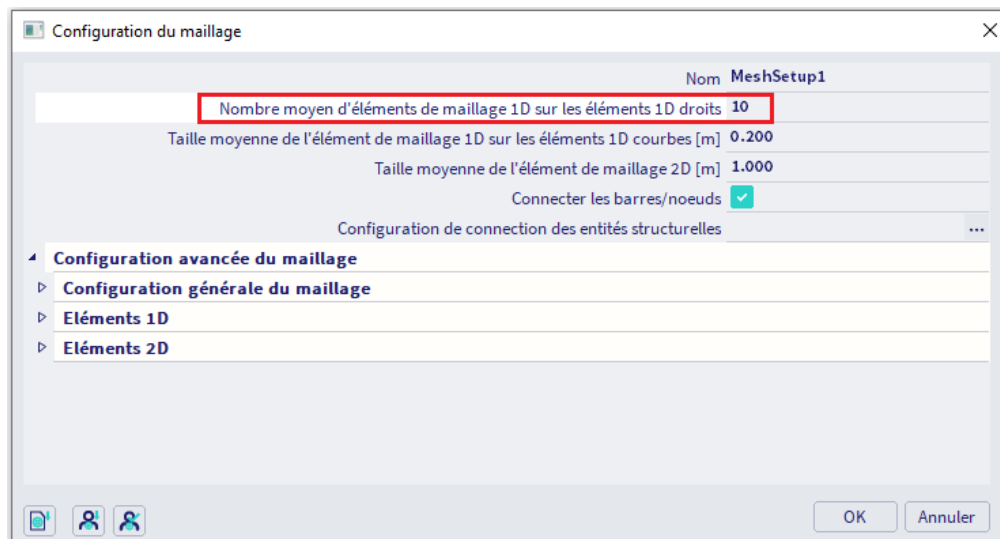
- $G_k$  : valeur caractéristique de la charge permanente
- $Q_{k,j}$  : valeur caractéristique de la charge variable  $i$
- $\psi_{E,i}$  : coefficient de combinaison pour la charge  $i = \varphi \cdot \psi_{2,i}$

Le coefficient de combinaison  $\psi_{E,i}$  prend en compte la probabilité que les charges variables ne soient pas présentes sur toute la structure lorsque survient un tremblement de terre. Pour cet exemple, avec une **Catégorie B** de charge d'exploitation et des étages occupés de manière indépendante,  $\varphi$  est pris égal à **0,5** et  $\psi_{2,i}$  égal à **0,3**. Cela donne une valeur de **0,15** pour  $\psi_{E,i}$ . La Combinaison de Groupes de Masses **CM1** peut alors être formulée comme : **1,00 MG1 + 0,15 MG2**.



### Etape 5 : configuration du maillage

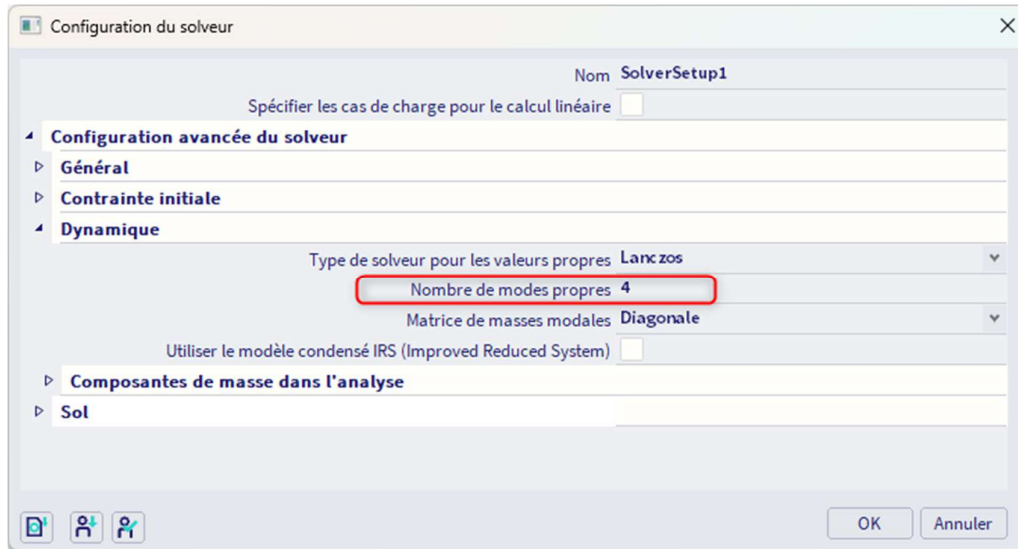
Pour obtenir des résultats précis dans le cas du calcul dynamique, le maillage doit être raffiné. Ceci peut être réalisé en allant dans **Outils / Calcul et maillage / Configuration du maillage**.



Afin d'obtenir une bonne distribution des masses réparties sur les barres, le « **Nombre moyen d'éléments de maillage 1D sur les éléments 1D droits** » est pris égal à 10.

**Etape 6 : configuration du solveur**

La dernière étape avant de lancer le calcul consiste à définir le nombre de modes propres à calculer. La valeur par défaut dans le menu **Outils / Calcul et maillage / Configuration du solveur** est de 4. Cela est suffisant pour cet exemple.



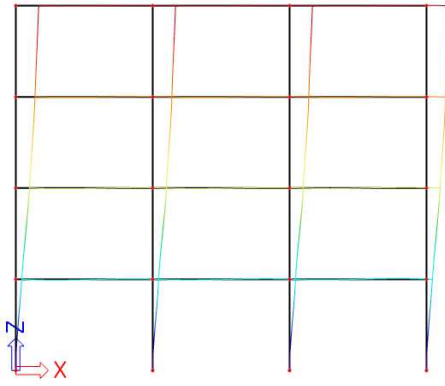
**Etape 7 : analyse modale**

Le calcul de Fréquences Propres peut être exécuté à partir du menu **Outils / Calcul et Maillage / Calculer**.

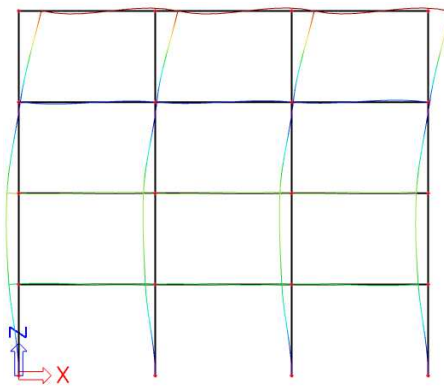
Les résultats suivants sont obtenus :

<b>Fréquences propres</b>				
N	f [Hz]	$\omega$ [1/s]	$\omega^2$ [1/s <sup>2</sup> ]	T [s]
<b>Combinaison masse : CM1</b>				
1	1.27	7.99	63.80	0.79
2	3.69	23.19	537.79	0.27
3	5.99	37.64	1417.01	0.17
4	8.23	51.73	2676.16	0.12

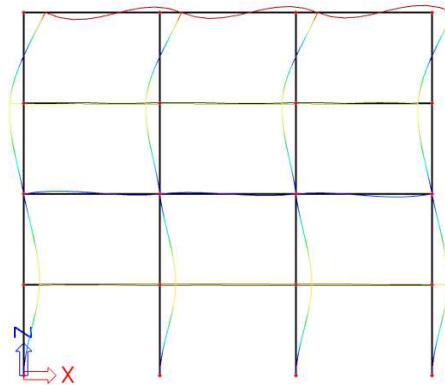
Avec les modes propres correspondants :



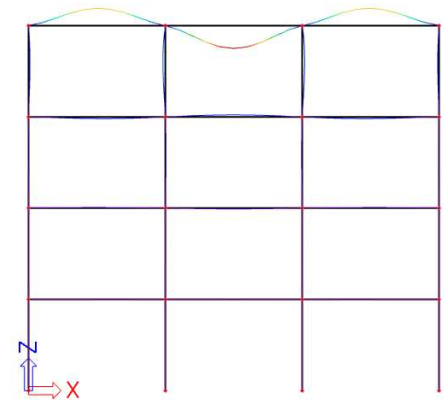
Mode propre 1 :  $f = 1,27\text{Hz}$



Mode propre 2 :  $f = 3,69\text{Hz}$



Mode propre 3 :  $f = 5,99\text{Hz}$



Mode propre 4 :  $f = 8,23\text{Hz}$

**Etape 8 : protocole de calcul**

Le « Protocole de calcul » pour le calcul des «Fréquences propres » donne :

Somme des masses				
	Type de masse	X [kg]	Y [kg]	Z [kg]
1	Masse en mouvement	208578.65	0.00	208578.65
1	Masse totale	208848.65	208848.65	208848.65

Masses modales relatives										
Mode	omega [rad/s]	Période [s]	Fréq. [Hz]	$W_{xi}/W_{xtot}$	$W_{yi}/W_{ytot}$	$W_{zi}/W_{ztot}$	$N_{xi\_R}/W_{xtot\_R}$	$W_{yi\_R}/W_{ytot\_R}$	$W_{zi\_R}/W_{ztot\_R}$	
1	7.98794	0.79	1.27	0.8347	0.0000	0.0000	0.0000	0.0547	0.0000	0.0000
2	23.1909	0.27	3.69	0.0979	0.0000	0.0000	0.0000	0.2153	0.0000	0.0000
3	37.6444	0.17	5.99	0.0422	0.0000	0.0000	0.0000	0.0466	0.0000	0.0000
4	51.7331	0.12	8.23	0.0000	0.0000	0.0019	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
				0.9748	0.0000	0.0019	0.0000	0.3166	0.0000	0.0000

La somme des masses peut être calculée comme suit :

- Selon le métré, le poids propre du portique est de 40500kg :

**Métre**  
Sélection: Tout

Matériau	Masses [kg]	Surface [m <sup>2</sup> ]	Volume [m <sup>3</sup> ]
Béton	40500.00	193.200	1.6200e+01
Total	40500.00	193.200	1.6200e+01

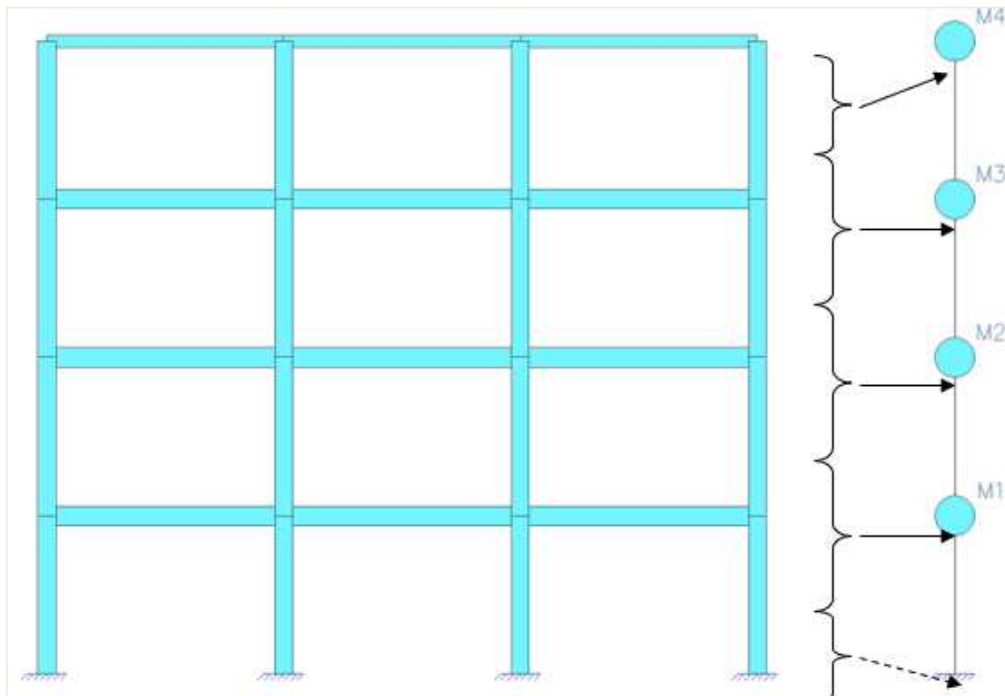
Cependant, pour les quatre poteaux, la moitié de la masse d'un élément 1D est guidée vers l'appui et ne participe pas à la vibration libre.

- La longueur du poteau est 4m
- Etant donné que 10 éléments 1D pour membre ont été utilisés, la longueur d'un élément 1D est  $4\text{m} / 10 = 0,4\text{m}$
- La longueur de la moitié d'un élément 1D est  $0,4\text{m} / 2 = 0,2\text{m}$
- Les poteaux ont une section de  $0,135\text{m}^2$  et une masse volumique de  $2500\text{kg/m}^3$ 
  - o La masse des poteaux qui n'est pas prise en compte :  $4 \times 0,135\text{m}^2 \times 0,2\text{m} \times 2500\text{kg/m}^3 = 270\text{kg}$
  - o La masse de poids propre qui est prise en compte est :  $40500\text{kg} - 270\text{kg} = 40230\text{kg}$
- Pour MG1 la masse des planchers est  $9 \times 2548,42\text{kg/m} \times 6\text{m} = 137614,68\text{kg}$
- Pour MG1 la masse du toit est  $3 \times 1019,37\text{kg/m} \times 6\text{m} = 18348,66\text{kg}$
- Pour MG2 la masse de la charge d'exploitation est  $9 \times 1529,05\text{kg/m} \times 6\text{m} = 82568,7\text{kg}$   
Toutefois, seulement 15% a été prise en compte  $\Rightarrow 0,15 \times 82568,7\text{kg} = 12385,31\text{kg}$
- Masse vibrante =  $40230\text{kg} + 137614,68\text{kg} + 18348,66\text{kg} + 12385,31\text{kg}$   
**= 208578,65kg**

### Calcul manuel

Pour vérifier les résultats de SCIA Engineer, la fréquence propre la plus basse est calculée par la méthode de Rayleigh.

Comme spécifié dans l'exemple précédent, la structure est idéalisée comme un porte-à-faux avec des masses regroupées à chaque étage :



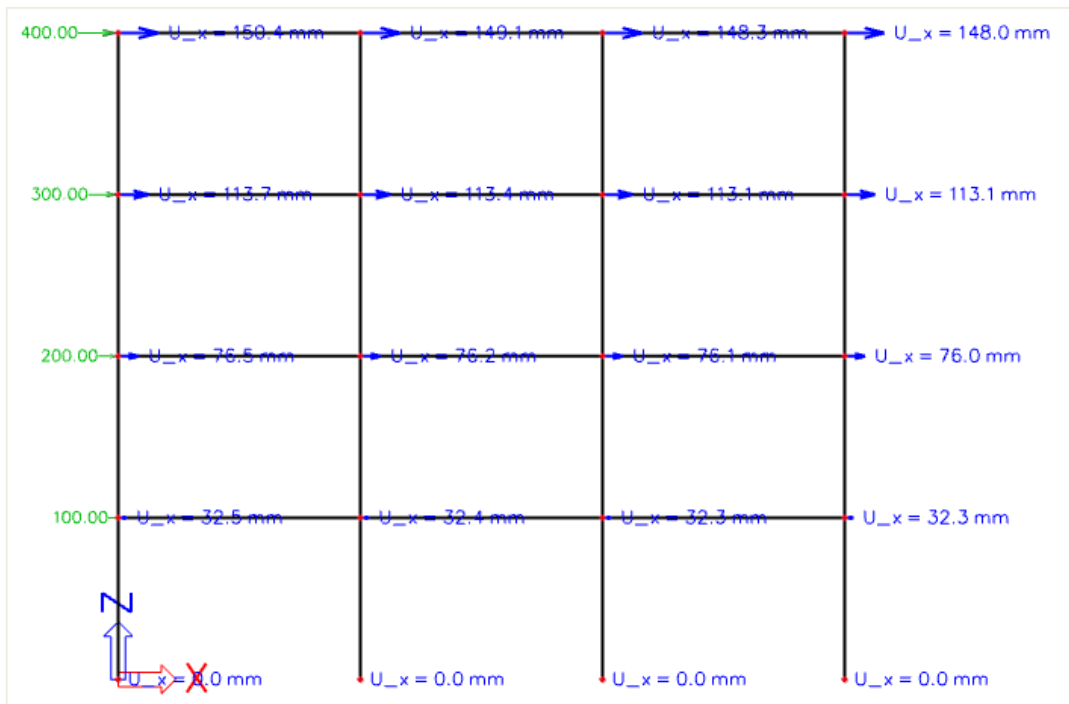
Les masses  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$  peuvent être calculées comme suit :

- Poids propre des trois poutres de plancher et des quatre poteaux:
  - o  $3 \times 0,125 \text{ m}^2 \times 2500 \text{ kg/m}^3 \times 6 \text{ m} = 5625 \text{ kg}$
  - o  $4 \times 0,135 \text{ m}^2 \times 2500 \text{ kg/m}^3 \times 4 \text{ m} = 5400 \text{ kg}$
  - o  $5625 \text{ kg} + 5400 \text{ kg} = 11025 \text{ kg}$
- Poids propre du groupe de masse MG1:
  - o  $3 \times 2548,42 \text{ kg/m} \times 6 \text{ m} = 45871,56 \text{ kg}$
- Poids de la charge imposée du groupe de masse MG2 (15%)
  - o  $0,15 \times 3 \times 1529,05 \text{ kg/m} \times 6 \text{ m} = 4128,44 \text{ kg}$
- Total:  $11025 \text{ kg} + 45871,56 \text{ kg} + 4128,44 \text{ kg} = \mathbf{61024,995 \text{ kg}}$

La masse  $M_4$  peut être calculée comme suit :

- Poids propre des trois poutres de toiture et des quatre poteaux:
  - o  $3 \times 0,045 \text{ m}^2 \times 2500 \text{ kg/m}^3 \times 6 \text{ m} = 2025 \text{ kg}$
  - o  $0,5 \times 4 \times 0,135 \text{ m}^2 \times 2500 \text{ kg/m}^3 \times 4 \text{ m} = 2700 \text{ kg}$
  - o  $2025 \text{ kg} + 2700 \text{ kg} = 4725 \text{ kg}$
- Poids de la toiture du groupe de masse MG1:
  - o  $3 \times 1019,37 \text{ kg/m} \times 6 \text{ m} = 18348,66 \text{ kg}$
- Total:  $4725 \text{ kg} + 18348,66 \text{ kg} = \mathbf{23073,66 \text{ kg}}$

Pour calculer les déformations horizontales  $d_i$  de chaque étage liées à l'effort  $F_i$  qui augmente linéairement, un cas de charge statique est calculé avec SCIA Engineer, qui consiste en des charges de 100kN, 200kN, 300kN et 400kN. Les résultats suivants sont obtenus pour les déformations aux nœuds :





- $F_1 = 100\text{kN} = 100000\text{N}$        $\Rightarrow d_1 = 32,3\text{mm} = 0,0323\text{m}$
- $F_2 = 200\text{kN} = 200000\text{N}$        $\Rightarrow d_2 = 76,0\text{mm} = 0,0760\text{m}$
- $F_2 = 300\text{kN} = 300000\text{N}$        $\Rightarrow d_2 = 113,1\text{mm} = 0,1131\text{m}$
- $F_2 = 400\text{kN} = 400000\text{N}$        $\Rightarrow d_2 = 148,0\text{mm} = 0,1480\text{m}$

En appliquant la formule (2.8) :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{100000\text{N} * 0,0323\text{m} + 200000\text{N} * 0,076\text{m} + 300000\text{N} * 0,1131\text{m} + 400000\text{N} * 0,148\text{m}}{61024,99\text{kg} * (0,0323)^2 + 61024,99\text{kg} * (0,076\text{m})^2 + 61024,99\text{kg} * (0,1131\text{m})^2 + 23073,66\text{kg} * (0,148\text{m})^2}}$$

$$f = 1,27\text{Hz}$$

Ce résultat correspond au 1,27Hz calculé par SCIA Engineer.

---

## 2.5 Dalles

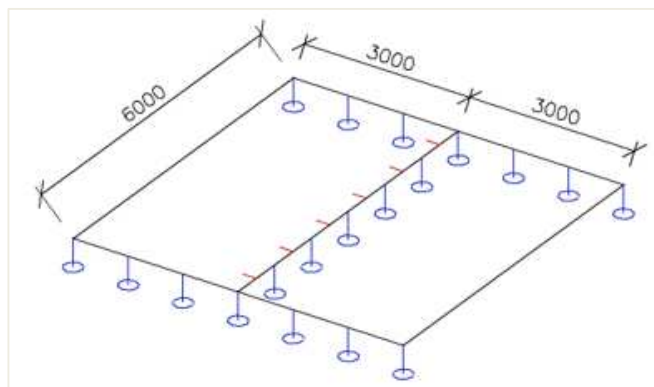
Le dernier paragraphe de ce chapitre illustre la procédure à suivre pour effectuer le calcul des Fréquences propres d'une plaque. La méthode appliquée est tout à fait la même que pour les portiques. Ceci est illustré dans l'exemple suivant.

---

### Exemple 02-4 :

Dans cet exemple, une dalle rectangulaire avec plusieurs portées est modélisée. La dalle a une longueur et une largeur de **6m**. La dalle a une épaisseur de **0,06 m** et est fabriquée à partir du **S235** selon l'**EC-EN**. Sur deux côtés, la dalle est simplement appuyée, sur les deux autres, la dalle est libre. Au milieu de la dalle, perpendiculairement aux deux bords simplement appuyés, un appui linéaire est introduit.

Un cas de charge statique est créé : le **poids propre** de la dalle.

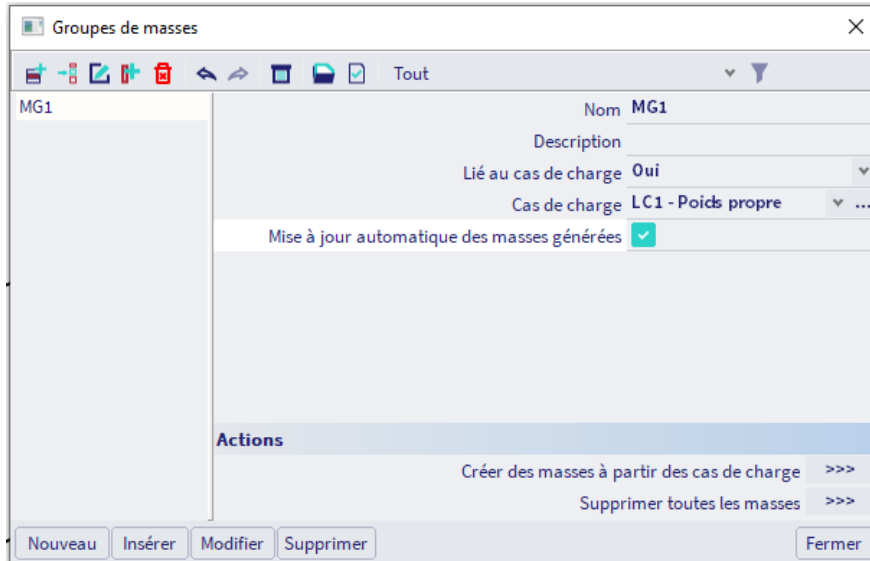


### Etape 1 : fonctionnalité

La première étape dans le calcul dynamique est d'activer la fonctionnalité « **Dynamique** » dans l'onglet « **Fonctionnalité** » des « **Paramètres du projet** ».

### Etape 2 & 3 : groupe de masse

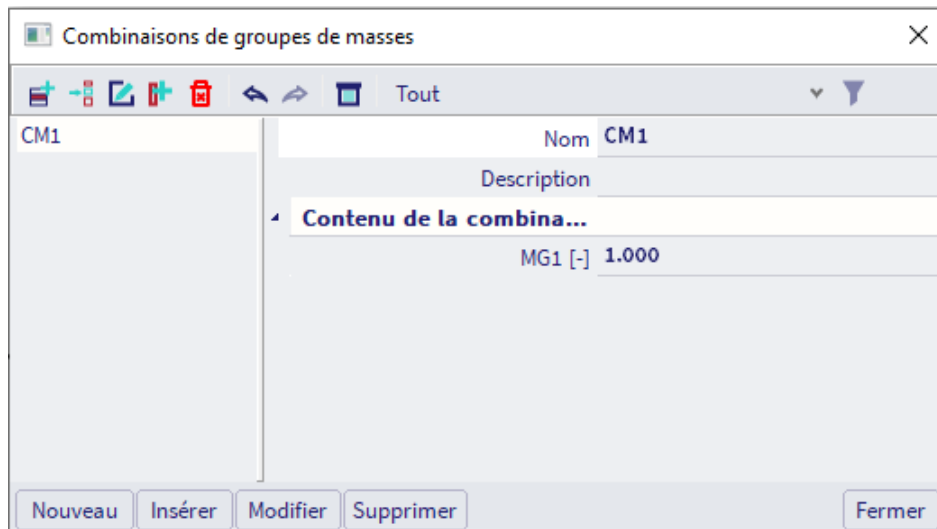
Ensuite, il faut créer un « **Groupe de masse** ».



Etant donné que le calcul de fréquences propres sera effectué pour le poids propre de la dalle, l'introduction d'autres masses n'est pas nécessaire.

### Etape 4 : matrice de masse

Une « **combinaison de groupes de masses** » doit maintenant être créée.



**Etape 5 : configuration du maillage**

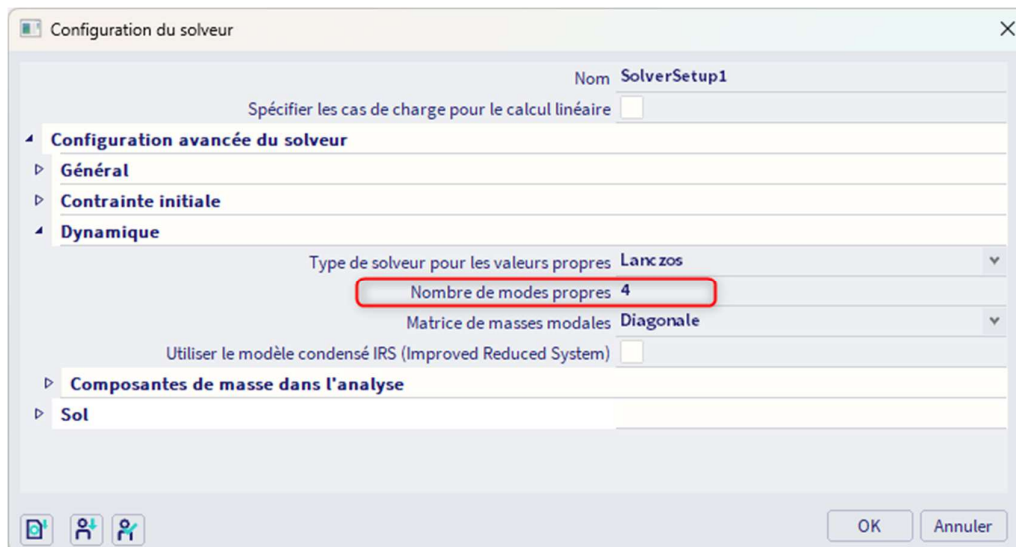
Pour obtenir des résultats précis dans le cas du calcul dynamique, le maillage doit être raffiné. Comme pour les portiques, ceci peut être réalisé en allant dans **Outils / Calcul et maillage / Configuration du maillage**.



La taille moyenne des éléments 2D est prise égale à **0,25m**.

**Etape 6 : configuration du solveur**

Avant de lancer le calcul, il faut définir le nombre de modes propres à calculer. La valeur par défaut dans le menu **Outils / Calcul et maillage / Configuration du solveur** est de **4**. Cela est suffisant pour cet exemple.



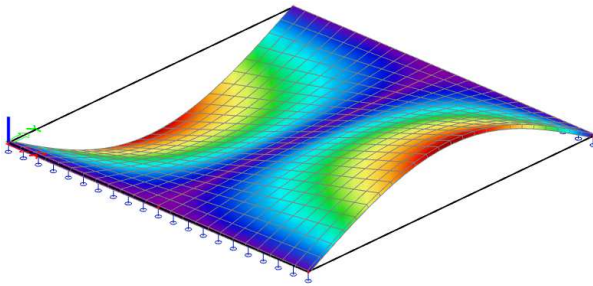
**Etape 7 : analyse modale**

Le calcul de Fréquences Propres peut être exécuté à partir du menu **Outils / Calcul et Maillage / Calculer**.

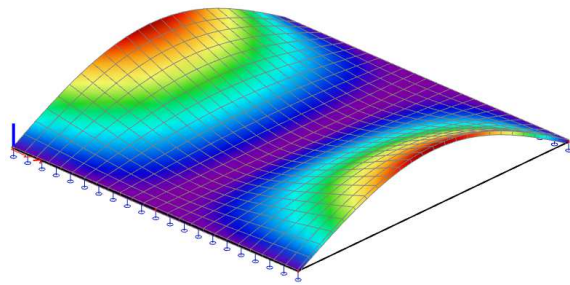
Les résultats suivants sont obtenus :

Fréquences propres				
N	f	$\omega$	$\omega^2$	T
	[Hz]	[1/s]	[1/s <sup>2</sup> ]	[s]
Combinaison masse : CM1				
1	6.68	41.94	1759.34	0.15
2	9.43	59.24	3509.65	0.11
3	19.37	121.72	14815.37	0.05
4	21.00	131.96	17412.72	0.05

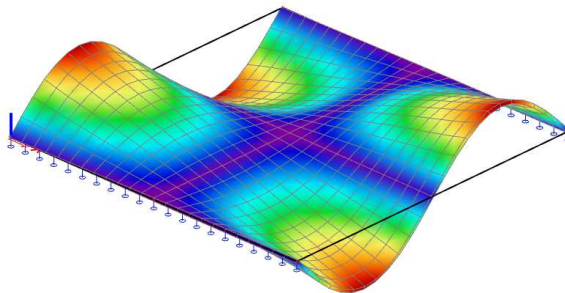
De même que pour les portiques, les modes propres peuvent être visualisés à travers les « **Déplacements 3D** » pour les surfaces. La déformée de la structure pour les valeurs  $u_z$  donne :



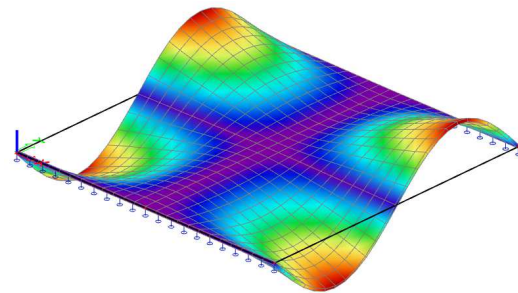
Mode propre 1 : f = 6,68Hz



Mode propre 2 : f = 9,43Hz



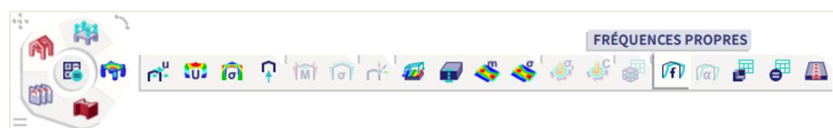
Mode propre 3 : f = 19,37Hz

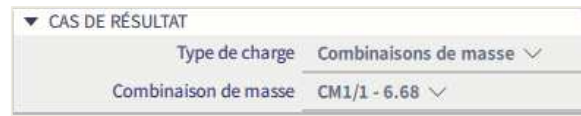


Mode propre 4 : f = 21,00Hz

**Remarques :**

- En allant dans le poste de travail **Déplacement 3D**, vous affichez la déformation pour les éléments 2D et 1D. Cela vous permet de voir le mode propre complet pour une structure qui contient les deux types à la fois, c'est-à-dire des projets de type Général XYZ.
- Pour générer rapidement les Modes propres, le document peut être utilisé : l'image d'un seul mode propre peut être imbriquée dans Combinaisons de Groupes de Masses :





De cette façon, tous les modes propres sont générés automatiquement.

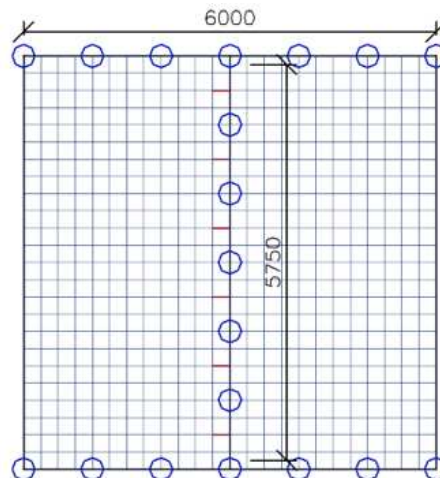
**Etape 8 : protocole de calcul**

Le « Protocole de calcul » pour le calcul des « Fréquences propres » montre que la somme des masses suivantes est prise en compte :

Somme des masses				
	Type de masse	X [kg]	Y [kg]	Z [kg]
1	Masse en mouvement	0.00	0.00	15572.44
1	Masse totale	0.00	0.00	16956.00

La somme des masses peut être calculée comme suit :

- Le poids total de la dalle est  $6\text{ m} \times 6\text{ m} \times 0,06\text{ m} \times 7850\text{ kg/m}^3 = 16956\text{ kg}$
- La moitié de la masse des éléments se trouvant à proximité des appuis externes est reprise par les appuis et ne participe pas à la vibration. Etant donné que la taille du maillage est égale à 0,25m, la moitié de la taille d'un élément 2D est 0,125 m.
  - o  $2 \times 6\text{ m} \times 0,125\text{ m} \times 0,06\text{ m} \times 7850\text{ kg/m}^3 = 706,5\text{ kg}$
- La même chose s'applique aux appuis internes, cela dit la masse des deux éléments sur les nœuds de début et de fin a déjà été prise en compte dans le calcul précédent. Il reste donc une longueur de  $6\text{ m} - 0,125\text{ m} - 0,125\text{ m} = 5,75\text{ m}$ . La figure suivante illustre cette longueur.
  - o  $2 \times 5,75\text{ m} \times 0,125\text{ m} \times 0,06\text{ m} \times 7850\text{ kg/m}^3 = 677,06\text{ kg}$



- La masse totale prise en compte dans le calcul des « Fréquences propres » est de :
  - o  $16956\text{kg} - 706,5 - 677,06 = 15572,44\text{kg}$

**Calcul manuel**

Pour vérifier les résultats de SCIA Engineer, les fréquences propres de la dalle sont calculées par un calcul manuel.

La méthode utilisée ici est décrite dans la référence [14]. Dans cette référence, la fréquence propre d'une dalle multi-travées est exprimée par un paramètre sans dimension :

$$\lambda = \frac{\omega L^2}{\pi^2} \cdot \sqrt{\frac{\rho h}{D}} \quad (2.10)$$

Avec :

$\omega$  : fréquence circulaire  
 L : distance entre les deux côtés simplement appuyés  
 $\rho$  : densité du matériau de la dalle  
 h : épaisseur de la dalle  
 D : rigidité flexionnelle de la dalle :

$$D = \frac{Eh^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (2.11)$$

E : module d'Young  
 $\nu$  : coefficient de Poisson

Dans cet exemple, les propriétés du matériau sont les suivantes :

L = 6m  
 $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$   
 h = 0,06m  
 $E = 210000 \text{ N/mm}^2 = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$   
 $\nu = 0,3$

$$D = \frac{(2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2) \cdot (0,06 \text{ m})^3}{12 \cdot (1 - 0,3^2)} = 4153846,15 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Les valeurs pour  $\lambda$  pour les quatre premiers modes, d'une dalle avec deux côtés simplement appuyés et deux bords libres, un ratio h/L de 0,01 et une ligne interne à 0,5L sont données en référence [14] :

Mode 1 :  $\lambda = 1,6309$   
 Mode 2 :  $\lambda = 2,3050$   
 Mode 3 :  $\lambda = 4,7253$   
 Mode 4 :  $\lambda = 5,1271$

En utilisant les paramètres ci-dessus dans la formule (2.10), les fréquences circulaires peuvent être calculées :

Mode 1 :  $\omega = 41,99 \text{ rad/s}$       =>  $f = 6,68 \text{ Hz}$   
 Mode 2 :  $\omega = 59,34 \text{ rad/s}$       =>  $f = 9,45 \text{ Hz}$   
 Mode 3 :  $\omega = 121,66 \text{ rad/s}$       =>  $f = 19,36 \text{ Hz}$   
 Mode 4 :  $\omega = 132 \text{ rad/s}$       =>  $f = 21,01 \text{ Hz}$

Les résultats correspondent parfaitement aux résultats calculés par SCIA Engineer :

Mode 1 :  $f = 6,68 \text{ Hz}$   
 Mode 2 :  $f = 9,44 \text{ Hz}$   
 Mode 3 :  $f = 19,39 \text{ Hz}$   
 Mode 4 :  $f = 21,05 \text{ Hz}$

## Chapitre 3: ANALYSE SPECTRALE : CHARGE SISMIQUE

Dans ce chapitre, l'analyse sismique dans SCIA Engineer est expliquée en détail.

Pendant un tremblement de terre, le sol qui porte la structure se déplace. La structure tente de suivre ce mouvement et, par conséquent, les masses dans la structure commencent à bouger. Par la suite, ces masses soumettent la structure à des forces d'inertie. Lorsque ces forces sont déterminées, elles peuvent être appliquées à la structure et donc, comme dans le cas du chargement harmonique, le calcul dynamique est transformé en un calcul statique équivalent.

Dans la première partie du chapitre, la théorie sera exposée. Ensuite, elle sera illustrée par des exemples qui seront également vérifiés par des calculs manuels.

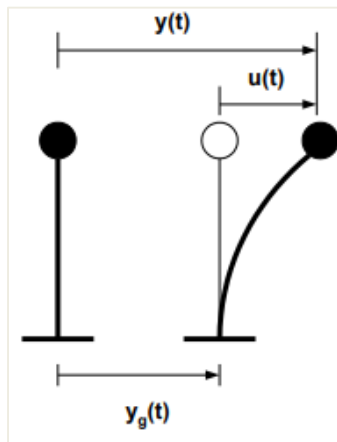
### 3.1. Théorie

#### Généralités

Comme dans les chapitres précédents, avant de considérer l'analyse dynamique d'une structure complexe, l'analyse sismique d'un système à un seul degré de liberté est exposée en détail. Un aperçu complet peut être trouvé dans les références [2], [3].

Ce paragraphe traite généralement de l'analyse des structures soumises à un mouvement harmonique du sol. Les mouvements harmoniques du sol les plus importants sont les tremblements de terre (charges sismiques), mais cette méthode de calcul peut également être appliquée à l'analyse des explosions souterraines ou de surface et des vibrations générées par un trafic lourd ou de machinerie.

La figure suivante illustre le déplacement d'un système soumis à un mouvement du sol :



Où :

$y_g(t)$  est le déplacement du sol  
 $y(t)$  est le déplacement total de la masse  
 $u(t)$  est le déplacement relatif de la masse

Le déplacement total peut donc s'exprimer comme suit :

$$y(t) = y_g(t) + u(t) \quad (4.1)$$

Etant donné que  $y_g$  est supposé harmonique, il peut s'écrire sous la forme :

$$y_g(t) = Y_g \cdot \sin(v \cdot t) \quad (4.2)$$

L'équation d'équilibre du mouvement peut s'écrire :

$$m \cdot \ddot{y}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = 0 \quad (4.3)$$

Comme la force d'inertie est liée au déplacement total ( $y$ ) de la masse et l'amortissement et les réactions du ressort sont liés aux déplacements relatifs ( $u$ ) de la masse.

Lorsque (4.1) est remplacé dans (4.3) on obtient :

$$\begin{aligned} & m \cdot (\ddot{u}(t) + \ddot{y}_g(t)) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = 0 \\ \text{ou} \\ & m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = -m \cdot \ddot{y}_g(t) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Cette équation est connue sous le nom d'**Equation Sismique Générale de Mouvement**. Cette équation peut être utilisée pour illustrer le comportement des structures qui sont soumises à une charge sismique : En substituant (4.2) dans (4.4) on a :

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = -m \cdot Y_g \cdot v^2 \cdot \sin(v \cdot t)$$

Cette équation peut être comparée avec l'équation (3.2) du chapitre précédent. En conclusion, le mouvement du sol peut également être remplacé par une force harmonique extérieure dont l'amplitude est :

$$F = -m \cdot Y_g \cdot v^2$$

Mais un tremblement de terre sera une combinaison de plusieurs charges harmoniques à différentes fréquences simultanément. La charge représentée dans ces charges harmoniques est l'accélération de la structure multipliée par la masse de la structure. Les fréquences de ces charges harmoniques sont les fréquences avec lesquelles cette accélération se produit dans le tremblement de terre.

La combinaison de toutes les accélérations sur les différentes fréquences du tremblement de terre donnera un spectre de réponse. Un spectre de réponse n'est donc rien de plus qu'une liste d'accélérations et de fréquences.

### Spectre de réponse

Dans la plupart des cas, quand une structure doit être conçue pour résister aux tremblements de terre, l'analyse spectrale est utilisée parce que la charge sismique est souvent décrite sous forme de spectre de réponse.

Ce spectre de réponse peut être soit un spectre de déplacement, de vitesse ou d'accélération.

Le spectre de réponse (déplacement) est donné par [16] :

$$S_d(\xi, \omega) = \frac{1}{\omega} \cdot \left[ \int y_g(\tau) \cdot e^{-\xi\omega(T-\tau)} \cdot \sin(\omega \cdot (T - \tau)) \cdot d\tau \right]_{\max} \quad (4.5)$$



Avec :

$\ddot{y}_g(\tau)$  : l'accélération du sol en fonction du temps

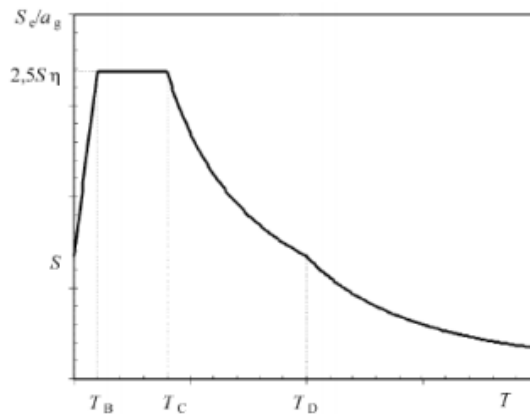
$\xi$  : le taux d'amortissement

T : la période  $2\pi/\omega$

Au lieu du spectre de déplacement  $S_d$ , le spectre de vitesse  $S_v$  ou le spectre d'accélération  $S_a$  peut être utilisé. Ces trois spectres de réponse sont liés par  $\omega$ :

$$S_a = \omega \cdot S_v = \omega^2 \cdot S_d \quad (4.6)$$

Dans l'Eurocode 8 [7] le mouvement du au tremblement de terre à un point donné sur la surface est représenté par un **spectre d'accélération du sol élastique** ou "Spectre de Réponse Elastique  $S_e$ " Ce spectre est illustré dans la figure suivante:



Un moyen couramment utilisé pour décrire l'ampleur d'un séisme est l'échelle dite de Richter. L'Annexe A donne une relation entre l'amplitude sur l'échelle de Richter et l'accélération maximale du sol.

### Analyse spectrale

Pour un système à plusieurs degrés de liberté, l'équation (4.4) peut être écrite en notation matricielle comme un ensemble d'équations différentielles couplées :

$$M \cdot \ddot{U} + C \cdot \dot{U} + KU = -M \cdot \{1\} \cdot \ddot{Y}_g \quad (4.7)$$

La matrice  $\{1\}$  est utilisée pour indiquer la direction du tremblement de terre. Par exemple, pour une structure à deux dimensions (trois degrés de liberté) et avec un séisme qui agit dans la direction x, la matrice est une séquence de  $\{1,0,0,1,0,0,1,0,0, \dots\}$

L'ensemble d'équations différentielles couplées résultant est réduit à un ensemble d'équations différentielles découplées par le biais d'une transformation :  $U = ZQ$ , où Z est un sous-ensemble de  $\Phi$  (les vecteurs propres) et Q est un vecteur qui dépend du temps.

$$M \cdot Z \cdot \ddot{Q} + C \cdot Z \cdot \dot{Q} + K \cdot Z \cdot Q = -M \cdot \{1\} \cdot \ddot{Y}_g$$

Ou

$$Z^T \cdot M \cdot Z \cdot \ddot{Q} + Z^T \cdot C \cdot Z \cdot \dot{Q} + Z^T \cdot K \cdot Z \cdot Q = -Z^T \cdot M \cdot \{1\} \cdot \ddot{Y}_g$$

Le problème peut être simplifié sous forme d'équations différentielles découplées :

$$\ddot{Q} + C^* \cdot \dot{Q} + \Omega^2 \cdot Q = -Z^T \cdot M \cdot \{1\} \cdot \ddot{Y}_g \quad (4.8)$$

Où  $C^*$  est la matrice diagonale contenant des termes comme  $2 \cdot \omega_i \cdot \xi_i$

Chaque équation  $j$  a une solution de la forme :

$$Q_j = -Z^T \cdot M \cdot \{1\} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \int_0^t \ddot{Y}_g(\tau) \cdot e^{-\xi \omega_i (T-\tau)} \cdot \sin(\omega_j \cdot (T-\tau)) \cdot d\tau \quad (4.9)$$

Pour obtenir les déplacements maximaux, le spectre de déplacement  $S_d$  de l'équation (4.5) peut être substitué :

$$Q_{j,max} = -Z^T \cdot M \cdot \{1\} \cdot S_d(\xi_j, \omega_j) \quad (4.10)$$

Et :

$$U_{j,max} = -Z \cdot Z^T \cdot M \cdot \{1\} \cdot S_d(\xi_j, \omega_j)$$

Ou

$$U_{j,max} = -Z \cdot \Psi \cdot S_d(\xi_j, \omega_j) \quad (4.11)$$

Avec  $\Psi$  : facteur de participation modale :

$$\Psi = Z^T \cdot M \cdot \{1\}$$

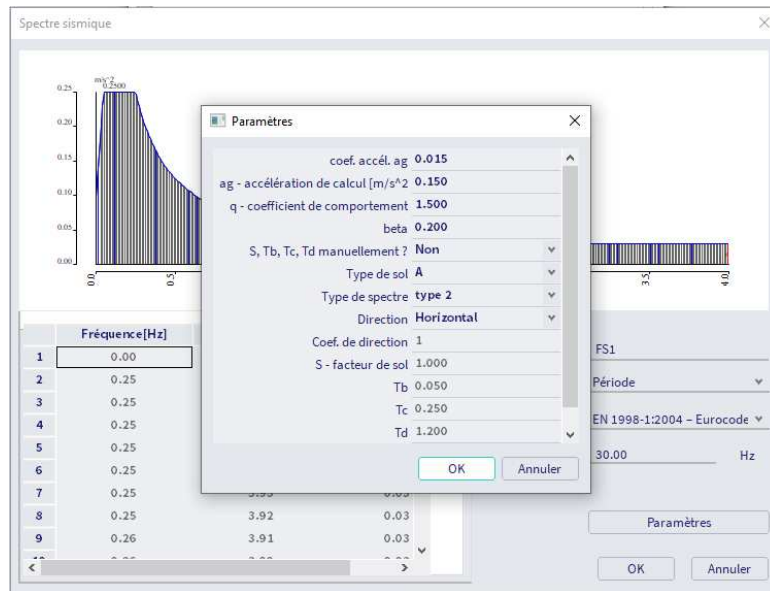
## 3.2. Charge sismique dans SCIA Engineer

### Spectre de réponse

Dans SCIA Engineer, une charge sismique peut être saisie après la création d'une Combinaison de Groupes de Masses. Cela implique que les étapes à suivre pour effectuer un calcul de Fréquences Propres sont valables encore ici et sont complétées par la définition des propriétés de la charge sismique.

Comme indiqué dans la théorie, l'Eurocode 8 [7] spécifie un Spectre de Réponse Elastique  $S_e$ . Pour des considérations de conception, ce spectre est réduit à un **Spectre de Dimensionnement  $S_d$** . Ce Spectre de Conception dépend de plusieurs paramètres : le **Type de Sol**, l'**Accélération du Sol**, le **Coefficient de Comportement** et l'**Amortissement**.

Dans SCIA Engineer, le spectre peut être défini ou bien par combinaisons de fréquences et accélérations, ou bien par périodes et accélérations, ou simplement en saisissant les paramètres qui définissent ce spectre selon l'Eurocode 8. Dans ce dernier cas, l'utilisateur doit remplir la fenêtre suivante :



Pour une description détaillée de ces paramètres, il est fait référence à l'Eurocode 8 [7]. Ce qui suit est un bref aperçu pour comprendre les paramètres à introduire dans SCIA Engineer.

- **Amortissement** : Les Spectres de Conception de l'Eurocode 8 sont définis pour un amortissement de **5%**. Si la structure a un autre taux d'amortissement, le spectre doit être corrigé avec un facteur de correction de l'amortissement  $\eta$ . Nous verrons ceci plus en détail dans le chapitre 11.

- **Accélération du sol** : l'accélération du sol  $a_g$  ou le coefficient d'accélération  $\alpha$  peuvent être calculés au moyen d'un coefficient d'importance.

⇒ l'**accélération du sol**  $a_g$  peut être calculé à partir du coefficient d'importance et le pic d'accélération du sol (PGA)  $a_{gr}$  :

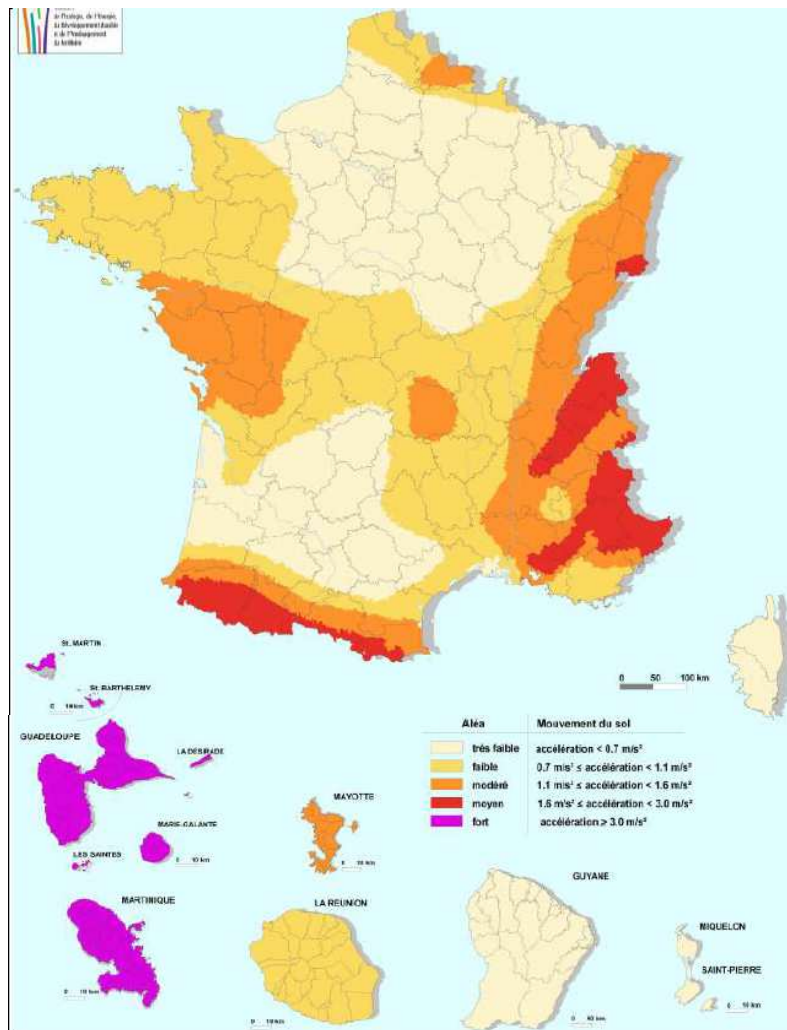
$$\gamma_1 * a_{gr} \tag{4.12}$$

⇒ Le **coefficient d'accélération**  $\alpha$  est défini comme l'accélération du sol divisé par l'accélération de la gravité g :

$$\alpha = \frac{a_g}{g} \tag{4.13}$$

⇒ Le **facteur d'importance** est dérivé de la période de retour de l'action sismique et de l'importance de la structure. Un facteur d'importance  $\gamma_1$  égal à 1 est assigné à la référence de la période de retour.

⇒ Le **pic d'accélération du sol (PGA)**  $a_{gr}$  peut se trouver via les zones sismiques d'un pays. Par définition, la probabilité sismique dans chaque zone est supposée constante. Cette probabilité est décrite par un simple paramètre : le pic d'accélération du sol (PGA)  $a_{gr}$ . La figure suivante illustre la division en zones sismiques pour la France [9] :

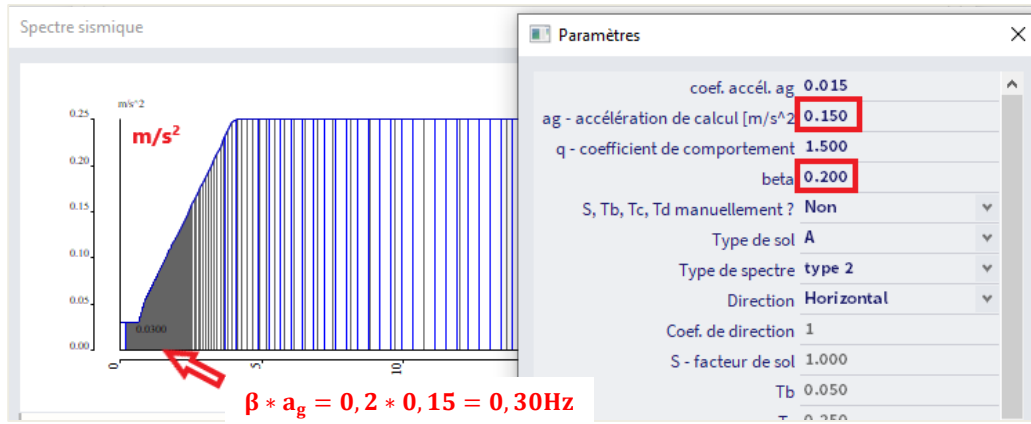


- **Coefficient de comportement** (EN1998, 3.2.2.5): Pour éviter une d'analyse inélastique explicite lors de la conception, la capacité de la structure à dissiper de l'énergie principalement grâce à un comportement ductile de ses éléments est pris en compte. Cela est réalisé en effectuant une analyse élastique basée sur un spectre de réponse réduit par rapport au spectre élastique. Cette réduction est effectuée en introduisant le facteur de comportement  $q$ .

- ⇒ Pour la composante verticale de l'action sismique, un coefficient de comportement  $q$  de 1,5 maximum est généralement adopté pour tous les systèmes de structure et matériaux. L'adoption de valeurs supérieures à 1,5 doit être justifié par de correctes analyses.
- ⇒ Les valeurs du coefficient de comportement  $q$ , qui impacte également l'amortissement quand différent de 5%, sont donné pour des systèmes de structure et de matériaux conformément aux classes de ductilité dans les différentes parties de l'EN 1998. La valeur du coefficient de comportement  $q$  peut être différente dans les directions horizontales de la structure, même si la classe de ductilité est la même dans toutes les directions.

- **Beta ( $\beta$ )** : le coefficient correspond à la limite la plus basse (l'asymptote) pour le spectre de calcul horizontal. La valeur recommandée pour ( $\beta$ ) est 0,2 mais vous pouvez l'outre passer par la valeur de l'annexe nationale.

Si vous mettez le spectre d'accélération en fréquence, alors la valeur la plus à gauche serait le coefficient  $\beta$  multiplié par l'accélération du sol.



- **S, T<sub>b</sub>, T<sub>c</sub>, T<sub>d</sub> manuellement ?** : Si vous mettez « Non », alors ces valeurs qui composent le spectre sont calculées automatiquement à partir des autres propriétés de la fenêtre. Pour rappel, en fonction du type de sol, l'EC8 et le décret du 24 octobre 2010 donnent les valeurs de S, T<sub>b</sub>, T<sub>c</sub> et T<sub>d</sub> suivantes :

CLASSES DE SOL	S (pour les zones de sismicité 1 à 4)			S (pour la zone de sismicité 5)		
	A	1			1	
B	1,35			1,2		
C	1,5			1,15		
D	1,8			1,35		
E	1,8			1,4		

Id spectre de type 2
Id Spectre de type 1

CLASSES DE SOL	POUR LES ZONES DE SISMICITÉ 1 à 4			POUR LA ZONE DE SISMICITÉ 5		
	T <sub>b</sub>	T <sub>c</sub>	T <sub>d</sub>	T <sub>b</sub>	T <sub>c</sub>	T <sub>d</sub>
A	0,03	0,2	2,5	0,15	0,4	2
B	0,05	0,25	2,5	0,15	0,5	2
C	0,06	0,4	2	0,2	0,6	2
D	0,1	0,6	1,5	0,2	0,8	2
E	0,08	0,45	1,25	0,15	0,5	2

Id Spectre de type 1

Les valeurs des périodes sont données en secondes.

- **Type de sol** : le type de sol dépend des caractéristiques du sol et est représenté par les lettres A à E (uniquement dans le cas où S, T<sub>b</sub>, T<sub>c</sub> et T<sub>d</sub> ne sont pas définis manuellement, mais automatiquement => attention, comme écrit en bas de la fenêtre, les annexes nationales et autres décrets ne sont pas pris en compte).

Classe de sol	Description du profil stratigraphique	Paramètres		
		$v_{s,30}$ (m/s)	$N_{SPT}$ (coups/30 cm)	$c_u$ (kPa)
A	Rocher ou autre formation géologique de ce type comportant une couche superficielle d'au plus 5 m de matériau moins résistant	> 800	—	—
B	Dépôts raides de sable, de gravier ou d'argile sur-consolidée, d'au moins plusieurs dizaines de mètres d'épaisseur, caractérisés par une augmentation progressive des propriétés mécaniques avec la profondeur	360 – 800	> 50	> 250
C	Dépôts profonds de sable de densité moyenne, de gravier ou d'argile moyennement raide, ayant des épaisseurs de quelques dizaines à plusieurs centaines de mètres	180 – 360	15 – 50	70 – 250
D	Dépôts de sol sans cohésion de densité faible à moyenne (avec ou sans couches cohérentes molles) ou comprenant une majorité de sols cohérents mous à fermes	< 180	< 15	< 70
E	Profil de sol comprenant une couche superficielle d'alluvions avec des valeurs de $v_s$ de classe C ou D et une épaisseur comprise entre 5 m environ et 20 m, reposant sur un matériau plus raide avec $v_s > 800$ m/s			

- **Type de spectre** : Si les séismes qui contribuent le plus à l'aléa sismique défini pour le site dans le but d'une évaluation probabiliste ont une magnitude d'ondes de surface,  $M_s$ , inférieur à 5,5, alors il est recommandé d'utiliser le spectre de type 2. Une simple formule permet de trouver la magnitude des ondes de surface sur l'échelle de Richter ([29]) :

$$M_s = -3,2 + 1,45.M_L \quad (4.14)$$

- **Direction** : si le spectre est appliqué dans la direction X ou Y, alors il doit être noté « Horizontal ». Si le spectre est appliqué dans la direction Z, alors cette propriété doit être mise en « Verticale ».

### **Protocole de calcul**

Dans le protocole de calcul de SCIA Engineer, vous pouvez accéder aux résultats intermédiaires qui ont été déterminés en calculant l'effet global induit par un chargement spectral. Ce paragraphe décrit les formules qui ont été utilisées pour déterminer les résultats intermédiaires.

### **Déformée modale et fréquence angulaire naturelle**

Matrice de Masse	$[M]_D$
Vecteur Masse	$\{m\} = [M]_D \cdot \{1\}$
Fréquence angulaire naturelle pour le mode j	$\omega_{(j)}$
Forme modale naturelle normalisée	$\{\phi\}_{(j)}$ , Avec $\{\phi\}_{(j)}^T \cdot [M]_D \cdot \{\phi\}_{(j)} = M_{(j)} = 1$
Masse totale dans le direction k	$M_{k,tot}$

Spectre d'accélération	$S_{a,k,(j)}$
Direction	k
Nombre total de directions	NK

**Facteur de participation du mode j dans la direction k**

Facteur de participation	$\gamma_{k,(j)} = \frac{\{\phi_k\}^T \cdot \{m\}}{M_{(j)}} = \{\phi_k\}^T \cdot \{m\}$
Masse effective	$M_{k,ef,(j)} = \gamma_{k,(j)}^2 \cdot M_{(j)} = \gamma_{k,(j)}^2$
Masse participante	$L_{k,(j)} = \frac{M_{k,ef,(j)}}{M_{k,tot}}$

**Coefficient de mode pour le mode j**

Coefficient de mode dans la direction k	$G_{k,(j)} = \frac{S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)}}{\omega_{(j)}^2}$
Coefficient de mode total	$G_{(j)} = \frac{\sum_{k=1}^{NK} S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)}}{\omega_{(j)}^2}$

**Réponse du mode j**

Déplacement	$\{u\}_{(j)} = G_{(j)} \cdot \{\phi\}_{(j)}$ $\{u_k\}_{(j)} = G_{k,(j)} \cdot \{\phi_k\}_{(j)}$
Accélération	$\{u\}_{(j)} = \omega_{(j)}^2 \cdot G_{(j)} \cdot \{\phi\}_{(j)}$ $\{\ddot{u}_k\}_{(j)} = \omega_{(j)}^2 \cdot G_{k,(j)} \cdot \{\phi_k\}_{(j)} = S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \{\phi_k\}_{(j)}$
Force latérale au nœud i pour la direction k	$F_{i,k,(j)} = m_{i,k,(j)} \cdot S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \phi_{i,k,(j)}$
Effort de cisaillement dans la direction k	$F_{k,(j)} = \sum_i F_{i,k,(j)} = \{\ddot{u}_k\}_{(j)}^T \cdot \{m\} = S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \{\phi_k\}_{(j)}^T \cdot \{m\}$ $F_{k,(j)} = S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)}^2$
Moment de renversement au nœud i dans la direction k	$M_{i,k,(j)} = m_{i,k} \cdot S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \phi_{i,k,(j)} \cdot z_i$
Moment de renversement dans la direction k	$M_{k,(j)} = \sum_i M_{i,k,(j)} = \sum_i (m_{i,k} \cdot S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \phi_{i,k,(j)} \cdot z_i)$

$$M_{k,(j)} = S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \sum_i (m_{i,k} \cdot \phi_{i,k,(j)} \cdot z_i)$$

Le calcul de ces paramètres sera illustré par un exemple plus loin dans ce chapitre.

### ✚ Méthodes de combinaison modale

Les méthodes de combinaison modale sont utilisées pour calculer la réponse **R** d'une analyse sismique. Le terme «réponse» (R) se réfère aux résultats obtenus par une analyse sismique, à savoir les déplacements, vitesses, accélérations, forces et contraintes dans les éléments.

Parce que les équations différentielles ont été découplées, un résultat sera obtenu pour chaque mode j. Pour obtenir la réponse globale  $R_{tot}$  de la structure, les réponses modales individuelles  $R_{(j)}$  doivent être combinées.

Les méthodes de combinaison modale qui sont utilisées dans SCIA Engineer sont :

- La **méthode SRSS** (Square Root of Sum of Squares)

$$R_{tot} = \sqrt{\sum_{j=1}^N R_{(j)}^2}$$

Avec  $R_{(j)}$  la réponse du mode j.

- La **méthode CQC** (Complete Quadratic Combination)

$$R_{tot} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_{(i)} \cdot \rho_{i,j} \cdot R_{(j)}}$$

Avec :

$R_{(i)}, R_{(j)}$  la réponse du mode i et j  
 $\rho_{i,j}$  : coefficient de corrélation modale

$$\rho_{i,j} = \frac{8 \cdot \sqrt{\xi_i \xi_j} \cdot (\xi_i + r \xi_j) \cdot r^{\frac{3}{2}}}{(1 - r^2)^2 + 4 \cdot \xi_i \xi_j r (1 + r^2) + 4 \cdot (\xi_i^2 + \xi_j^2) \cdot r^2}$$

r :

$$r = \frac{\omega_j}{\omega_i}$$

$\xi_i, \xi_j$  : taux d'amortissement pour les modes i et j

Cette méthode est basée sur le rapport des fréquences et sur les amortissements modaux. La méthode CQC nécessite donc la saisie de données supplémentaires : un **Spectre d'Amortissement** pour définir le taux d'amortissement pour chaque mode.



Dans de nombreux cas cependant, il n'existe aucune procédure pour calculer le taux d'amortissement pour les modes plus élevés. La plupart du temps, le même taux d'amortissement est utilisé pour tous les modes [17].

- La **méthode MAX**

$$R_{tot} = \sqrt{R_{(jMAX)}^2 + \sum_{j=1}^N R_{(j)}^2}$$

Avec :

$R_{(j)}$  la réponse du mode j.

$R_{(jMAX)}$  la réponse maximum de tous les modes.

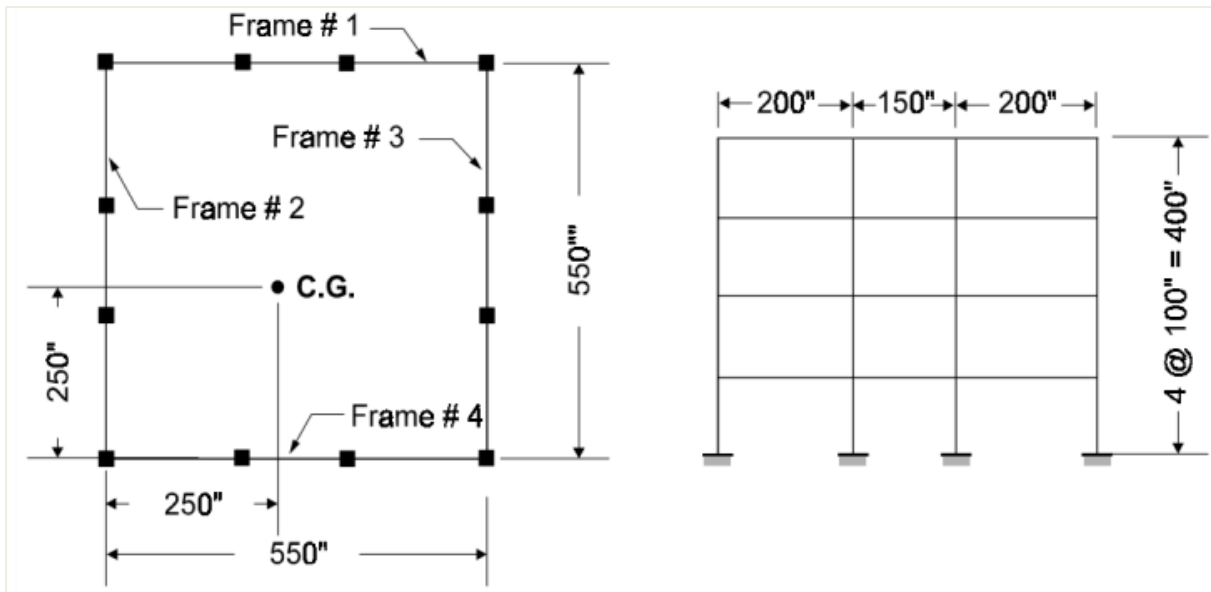
L'Eurocode 8 [7] recommande la **méthode SRSS**. Cependant, cette méthode ne peut être appliquée que si toutes les réponses modales pertinentes sont indépendantes les unes des autres. Ceci est vrai si la période du mode j est inférieure ou égale à **90%** de la période du mode i.

Si les réponses modales ne sont pas indépendantes les unes des autres, une méthode plus précise comme la **CQC** doit être utilisée.

L'exemple suivant montre cette différence numérique entre la méthode SRSS et CQC.

**Exemple 03-1 :**

Un immeuble symétrique de quatre étages est modélisé en 3D ([18], p. 15-9). L'immeuble est symétrique ; cependant, le centre de masse de tous les étages est situé à 63,5cm (25 pouces) du centre géométrique de l'immeuble.



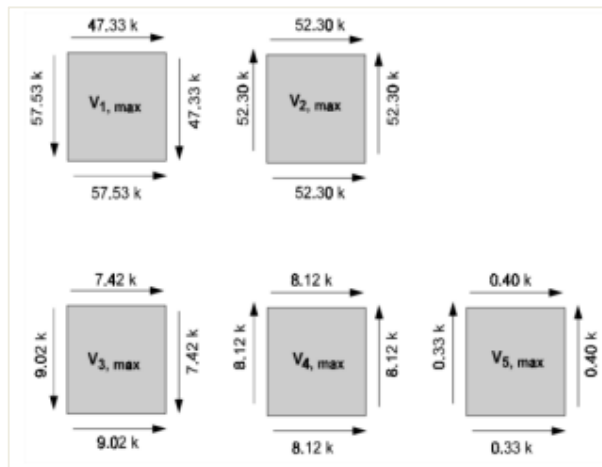
La structure a les fréquences naturelles suivantes pour les 5 premiers modes :

- Mode 1:  $f = 13,87$  Hz
- Mode 2:  $f = 13,93$  Hz
- Mode 3:  $f = 43,99$  Hz
- Mode 4:  $f = 44,19$  Hz
- Mode 5:  $f = 54,42$  Hz

Il est clair que les modes 1 & 2 et 3 & 4 sont très rapprochés. Il est assez courant que la plupart des structures de bâtiments 3D soient conçues pour résister aux tremblements de terre provenant des deux directions de manière égale. Par conséquent, les modes propres similaires dans les directions X et Y ont presque les mêmes fréquences naturelles.

En raison de la faible excentricité de la masse, ce qui est normale dans les structures réelles, la forme du mode fondamental a des composantes x, y, ainsi que de la torsion. Le modèle représente donc un système de construction tridimensionnel très commun.

Le bâtiment a été soumis à une composante du tremblement de terre de Taft 1952. Une analyse exacte de l'historique de temps utilisant les 12 modes et une analyse du spectre de réponse ont été réalisées. Les cisaillements maximaux modaux dans les quatre portiques pour les cinq premiers modes sont indiqués dans la figure ci-dessous.



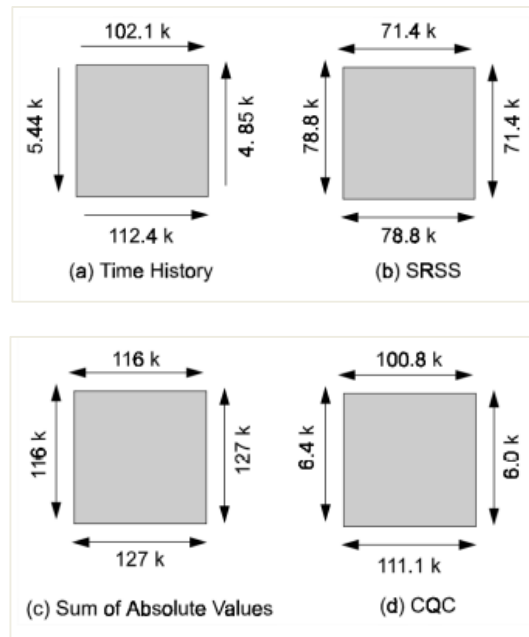
L'Effort de Cisaillement à la Base pour une direction est de :

- Mode 1:  $F = -57,53$  kN
- Mode 2:  $F = 52,30$  kN
- Mode 3:  $F = -9,02$  kN
- Mode 4:  $F = 8,12$  kN
- Mode 5:  $F = 0,33$  kN

Pour obtenir la Réponse Globale, ces réponses modales sont combinées en utilisant les deux méthodes **SRSS** et **CQC**, ainsi que la **somme des Valeurs Absolues**.

Maintenant, les efforts de cisaillement totaux maximum à la base sont comparés en utilisant diverses méthodes :

- Les efforts à la base de l'**historique de temps** sont exacts.
- La **méthode SRSS** produit des efforts de cisaillement qui sous-estiment les valeurs exactes dans la direction des charges d'environ 30% et surestiment les efforts de base perpendiculaires aux charges d'un facteur de 10.
- La **somme des valeurs absolues** surestime fortement tous les résultats.
- La **méthode CQC** donne des valeurs très réalistes qui sont proche de la méthode temporelle.



Résultats des efforts globaux de cisaillement à la base :

	Latéral	Transversal
Analyse temporelle	112,4kN	5,44kN
Méthode SRSS	78,8kN	78,8kN
Méthode CQC	111,1kN	6,37kN

Dans cet exemple, la méthode SRSS surestime le cisaillement à la base par un facteur 10.

Pour la **méthode CQC**, les coefficients de corrélation modales  $\rho_{i,j}$  suivants sont utilisés avec un taux d'amortissement  $\xi_{i,j}$  de 5%.

Mode	1	2	3	4	5
1	1,000	0,998	0,006	0,006	0,004
2	0,998	1,000	0,006	0,006	0,004
3	0,006	0,006	1,000	0,998	0,180
4	0,006	0,006	0,998	1,000	0,186
5	0,004	0,004	0,180	0,186	1,000

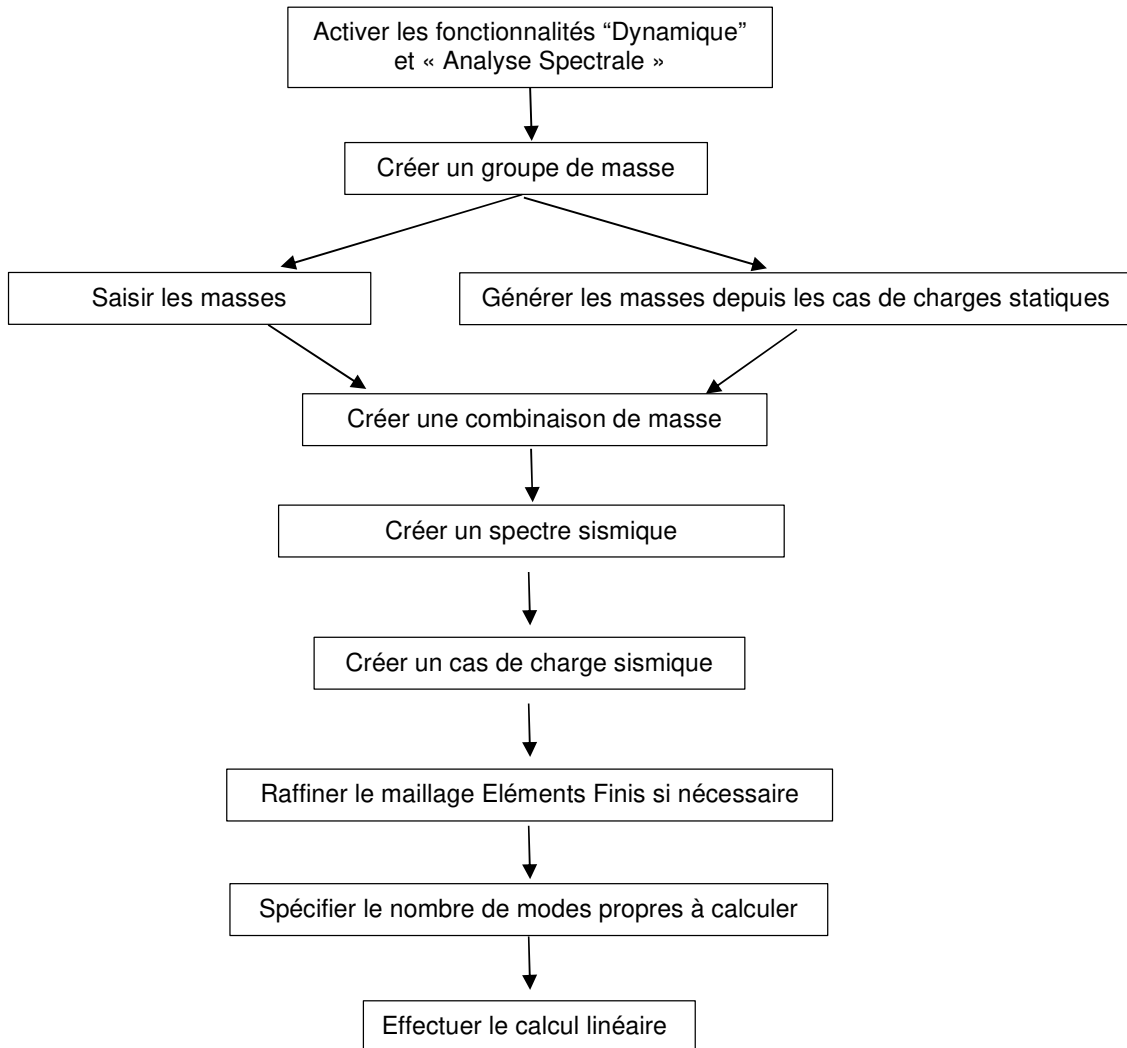
Il est important de noter l'existence des termes hors diagonale dont les valeurs sont relativement grandes. Ces termes indiquent les modes qui sont couplés.

Si l'on observe les signes des cisaillements modaux de base montrés précédemment, il est évident que l'application de la méthode CQC permet d'ajouter directement la somme des cisaillements de base dans la direction du mouvement externe. De plus, la somme des cisaillements de base, normale au mouvement externe, tend à s'annuler.

La **méthode CQC** reconnaît le signe relatif des termes dans la réponse modale et permet d'éliminer les erreurs liées à la **méthode SRSS**.

### 3.3. Calcul sismique dans SCIA Engineer

Le diagramme suivant montre les étapes nécessaires pour effectuer une analyse spectrale :



Comme spécifié dans la théorie, le calcul dynamique est transformé en un calcul statique équivalent. Toutefois, un calcul linéaire doit être effectué. Pendant ce calcul, le calcul en vibration libre sera aussi effectué puisque cette donnée est nécessaire pour les résultats sismiques.

Le diagramme est illustré dans les exemples suivants.

**Exemple 03-2 :**

Dans cet exemple, une structure de trois étages est modélisée. Les éléments ont une section **IPE 200** et sont fabriqués en **S235** selon l'**EC-EN**. La hauteur de chaque étage est de **4m**. A chaque niveau, la structure porte une masse de **500 kg**.

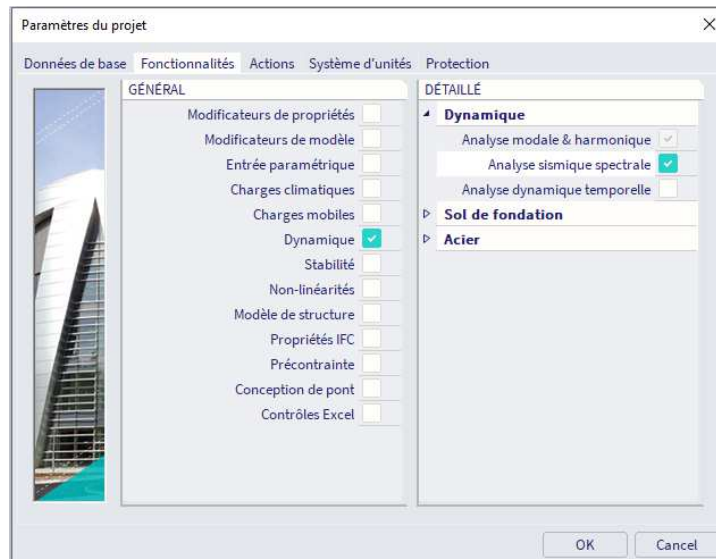


Un cas de charge statique est créé : le **poids propre** de la structure. Toutefois, afin de ne pas prendre en compte le poids propre pour le calcul dynamique, la masse volumique du **S235** peut être réduite à **1 kg/m<sup>3</sup>** dans la bibliothèque des **Matériaux**. Ceci rendra la vérification des résultats par un calcul manuel plus facile.

La structure sera soumise à un séisme conformément à l'Eurocode 8 en utilisant un Spectre de Conception pour un sol de type **B** avec un facteur de comportement de **2**. Le coefficient d'accélération est de **0,35**.

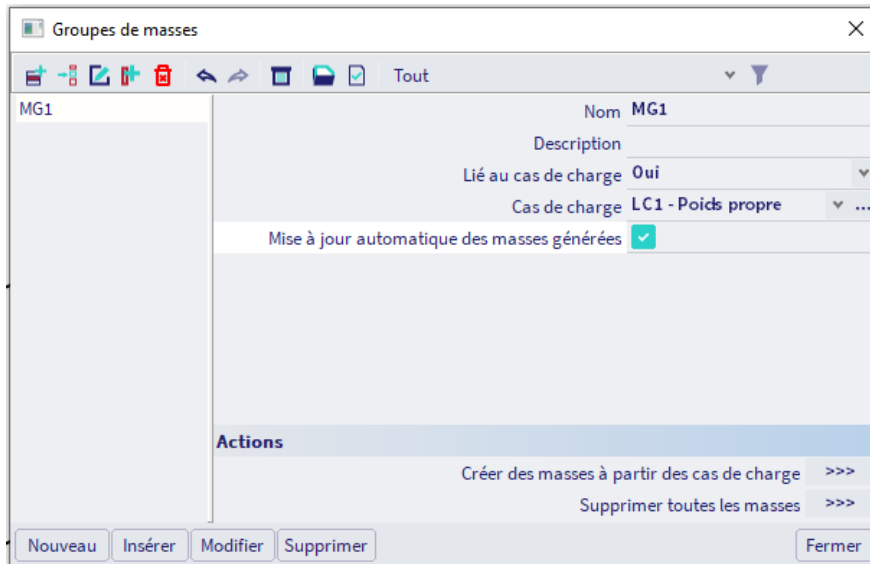
**Etape 1 : fonctionnalité**

La première étape dans le calcul dynamique est d'activer la fonctionnalité « **Dynamique** » dans l'onglet « **Fonctionnalité** » des « **Paramètres du projet** ». Afin de pouvoir faire un calcul sismique, la fonctionnalité « Analyse sismique spectrale » doit aussi être activée :



### Etape 2 : groupe de masse

Ensuite, il faut créer un « **Groupe de masse** ».



### Etape 3 : introduction de la masse

Après la création des groupes de masse, les masses de **500kg** peuvent être introduites à chaque étage :



### Etape 4 : matrice de masse

Les groupes de masse sont alors mis dans une « **Combinaison de Groupes de Masses** », celle-ci sera utilisée pour définir le cas de charge sismique.



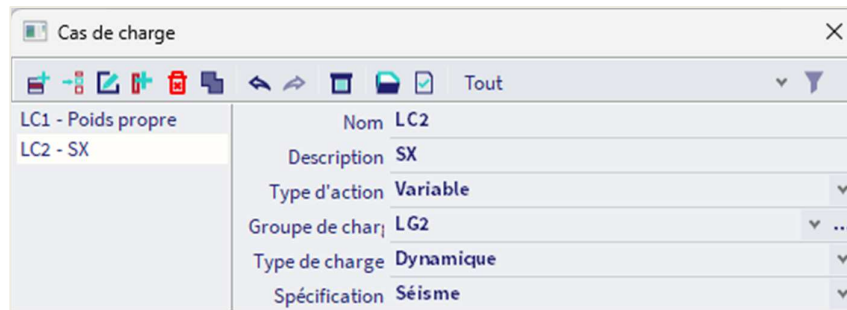
**Etape 5 : définition du cas sismique**

Après avoir créé une combinaison de masse, un cas de charges sismiques doit être défini par le poste de travail « Charges » et « Cas de charges ».

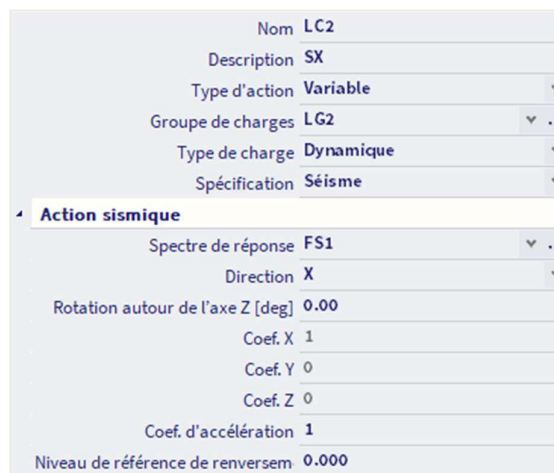
Le type d'action est « Variable ».

Le type de charge est « Dynamique ».

La spécification est « Séisme ».



Les paramètres du cas sismique s'affichent alors. Ces paramètres vont maintenant être expliqués (du haut vers le bas).



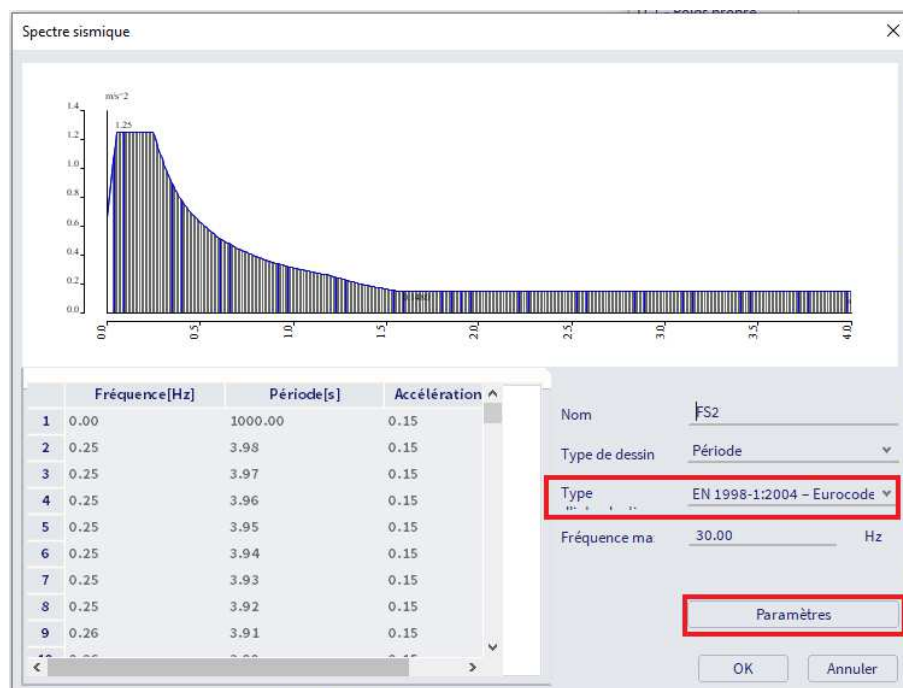


⇒ **Spectre de réponse :**

- Dès lors que vous choisissez le « Type de charge » comme « Dynamique », vous verrez les différents spectres déjà créés dans le projet (FS1 par défaut). Vous pouvez cliquer sur les trois petits points à côté de « Spectre de réponse » pour ouvrir la liste des spectres, puis choisir « Nouveau » pour créer un nouveau spectre.

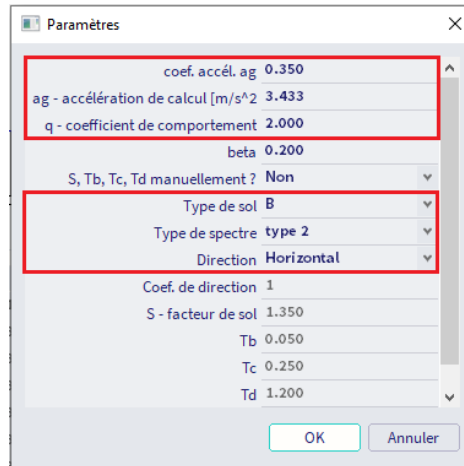


- Il est également possible qu'aucun spectre ne soit présent dans le projet. Dans ce cas, dès lors que vous choisissez le « Type de charge » comme « Dynamique », le logiciel ouvrira automatiquement la liste avec les spectres et cliquera sur « Nouveau » tout seul. La fenêtre suivante s'affichera alors. Choisir le « **Type de spectre = EN 1998-1 :2004 – Eurocode** » puis cliquer sur « Paramètres ».



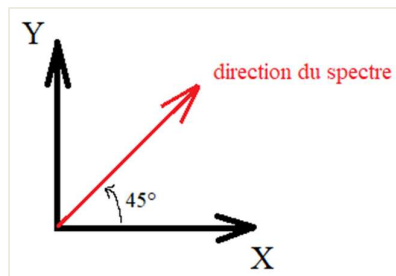


- Dans les « Paramètres », le spectre sera défini :
  - Le **coefficient d'accélération  $a_g$**  est de **0,35**.  
A noter que l'accélération de calcul  $a_g$  est automatiquement calculée après changement du coefficient d'accélération  $a_g$ .
  - Le coefficient de comportement **q** est de **2**.
  - Le type de sol est de **type B**.
  - Le type de spectre est le **type 2**.
  - Le spectre est utilisé dans la direction X (et Y), soit dans la direction **horizontale**.



- Après changement des paramètres, cliquez sur « OK » pour revenir au cas de charge.

- ⇒ **Direction**: il vous faut choisir une direction (X, Y ou Z) pour appliquer un spectre dans cette direction globale. Nous conseillons d'utiliser une direction par cas de charge, et de combiner les différents cas de charges dans une combinaison sismique.
- ⇒ **Rotation autour de l'axe Z [deg]** : si néanmoins vous souhaitez appliquer un spectre dans une direction inclinée par rapport à l'axe X, Y ou Z, vous pouvez saisir un angle de rotation. Par exemple si vous mettez 45° dans la direction X, le spectre sera appliqué dans la direction suivante :



- ⇒ **Coefficients X, Y, Z** : cela est utilisé pour modifier les accélérations dans le spectre sans pour autant changer les paramètres du spectre. Nous conseillons de les **laisser à 1**.
- ⇒ **Coefficient d'accélération** : ce coefficient est multiplié par les coefficients X, Y, Z (tous). Ce coefficient devrait être à **1** puisque le coefficient d'accélération est déjà utilisé dans les paramètres du spectre.

- ⇒ **Niveau de référence de renversement** : ce paramètre est utilisé lorsque les appuis de la structure sont au-dessus du niveau du sol. Par défaut, cette valeur est égale à **0**.
- ⇒ **Forces latérales équivalentes** : la méthode d'analyse par défaut dans le logiciel est celle de l'article 4.3.3.3 « Analyse modale en utilisant les spectres de réponse ». Mais en cochant cette case, le logiciel appliquera la méthode de l'article 4.3.3.2 « Méthode d'analyse par forces latérales ».
- ⇒ **Excentricité accidentelle** : la plupart des normes sismiques demande à ce que la structure soit vérifiée à la torsion due à une excentricité des masses, en ajoutant une excentricité additionnelle ou « excentricité accidentelle ». Notez bien que cette « excentricité accidentelle » ne peut être utilisée qu'avec le **modèle condensé IRS**. Nous reviendrons plus loin sur la méthode IRS et l'excentricité additionnelle.
- ⇒ **Superposition modale** :
  - **Type de superposition** : ici peut être choisie le type de superposition modale. Dans cette exemple, la méthode SRSS est utilisée. L'utilisation de la méthode CQC sera illustrée un peu plus loin.

- **SRSS** : Square Root of Sum of Squares. A cause des racines carrées dans les formules de combinaison modale, les résultats sont **toujours positifs** :

$$R = \sqrt{R_{(1)}^2 + R_{(2)}^2 + R_{(3)}^2 + R_{(4)}^2 + R_{(5)}^2 + \dots}$$

- **Max** : SRSS modifié (méthode ni incluse ni décrite dans l'EC8)

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{R_{(j\text{max})}^2 + \sum_{j=1}^N R_{(j)}^2}$$

- **CQC** : Complete Quadratic Combination

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_{(i)} \cdot \rho_{i,j} \cdot R_{(j)}}$$

- **Unifier les modes** : cette option peut être utilisée dans le cas de la méthode SRSS. La formule classique suivante est utilisée pour la SRSS :

$$R = \sqrt{R_{(1)}^2 + R_{(2)}^2 + R_{(3)}^2 + R_{(4)}^2 + R_{(5)}^2 + \dots}$$

Si l'option est cochée, la condition suivante est vérifiée :

$$1 - \frac{\omega_i}{\omega_j} \leq \text{précision \%} \quad (\text{où } i < j \text{ et } \omega_i \leq \omega_j)$$

Si la condition est remplie et les modes (i) et (j) sont multiples, alors la superposition sera modifiée :

$$R = \sqrt{R_{(1)}^2 + (R_{(2)} + R_{(3)})^2 + R_{(4)}^2 + R_{(5)}^2 + \dots}$$

**Remarque :**

*Les options sous modes propres multiples peuvent être utilisées pour éviter les erreurs induites par la méthode SRSS pour les modes rapprochés. Comme spécifié dans la théorie cependant, il est conseillé d'utiliser la méthode CQC dans de tels cas (Eurocode 8 article 4.3.3.2).*

- **Filtrer sur le pourcentage de masse totale** : Seuls les modes ayant la plus grande participation massique sont pris en compte dans la superposition modale. Les modes sont triés dans l'ordre décroissant selon leur pourcentage de masse excite et superposés jusqu'à ce que le pourcentage de masse cumulée demandé soit atteint. Ce pourcentage cumulée à atteindre devrait être au moins de 90% pour respecter l'article 4.3.3.1 de l'EN 1998-1-1.

- **Filtrer sur le pourcentage de masse minimale** : Seuls les modes ayant une participation massique supérieure à la valeur spécifiée sont pris en compte dans la superposition modale. Le pourcentage minimal de masse devrait être au moins de 5% pour respecter l'article 4.3.3.1 de l'EN 1998-1-1.

NB : si les deux options précédentes de filtre ne sont pas cochées, alors tous les modes demandés par l'utilisateur seront affichés et pris en compte dans la superposition modale.

- **Utiliser le mode résiduel** : l'utilisateur doit vérifier si la règle des 90% est satisfaite (EN 1998-1-1 art.4.3.3.1). Pour cela, vous pouvez aller dans le protocole de calcul et afficher les facteurs de participation modaux. Si la masse en vibration est inférieure à 90%, le nombre de fréquences propres calculées doit être augmenté.

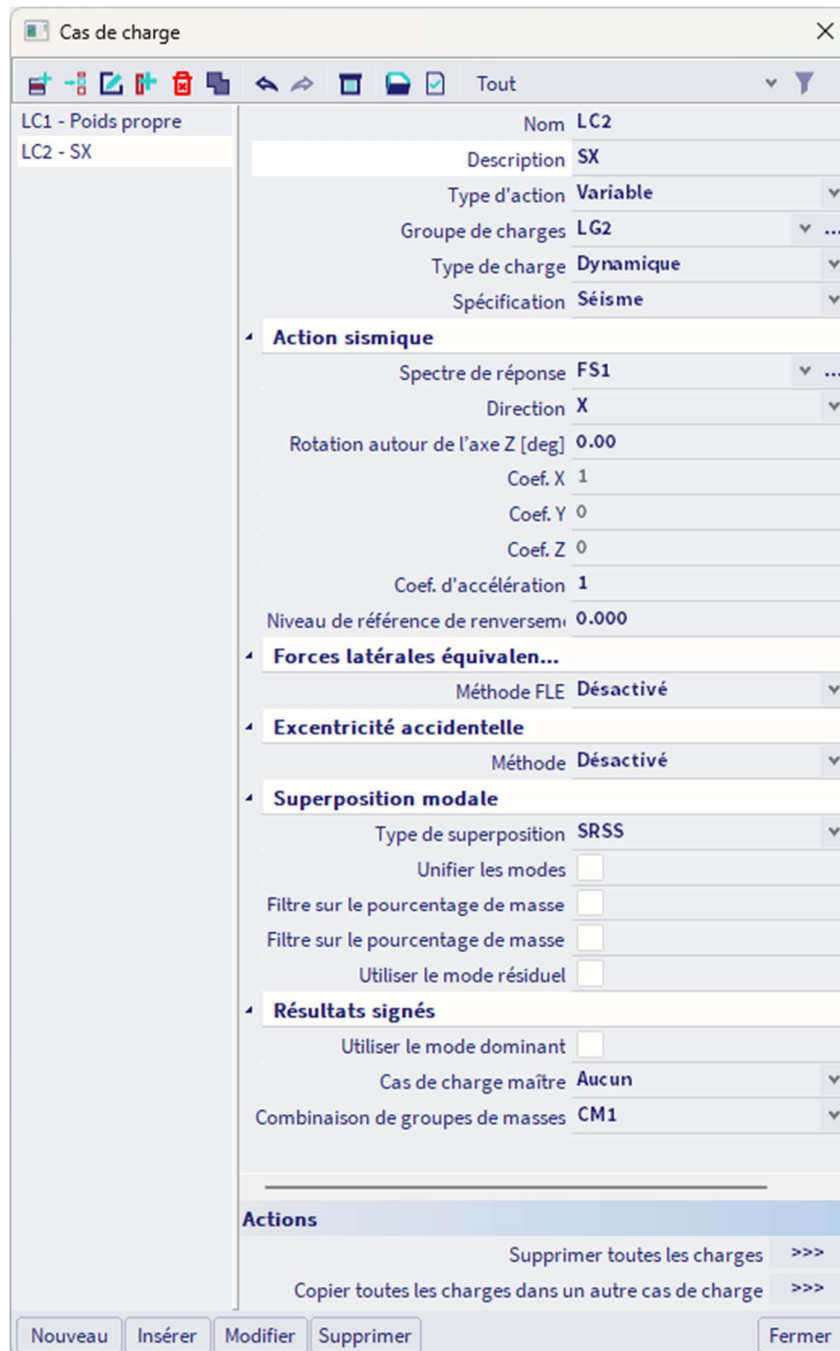
Pour éviter cette vérification, il est possible d'activer l'option du **mode résiduel**.

- ⇒ **Résultats signés / Mode prédominant** : l'utilisateur peut sélectionner le mode qui sera utilisé pour définir le signe. Si « **automatique** » est choisi, le mode ayant la plus participation massique sera utilisé

(somme des directions X, Y et Z). Cette option peut être utilisée pour les voiles de contreventement par exemple.

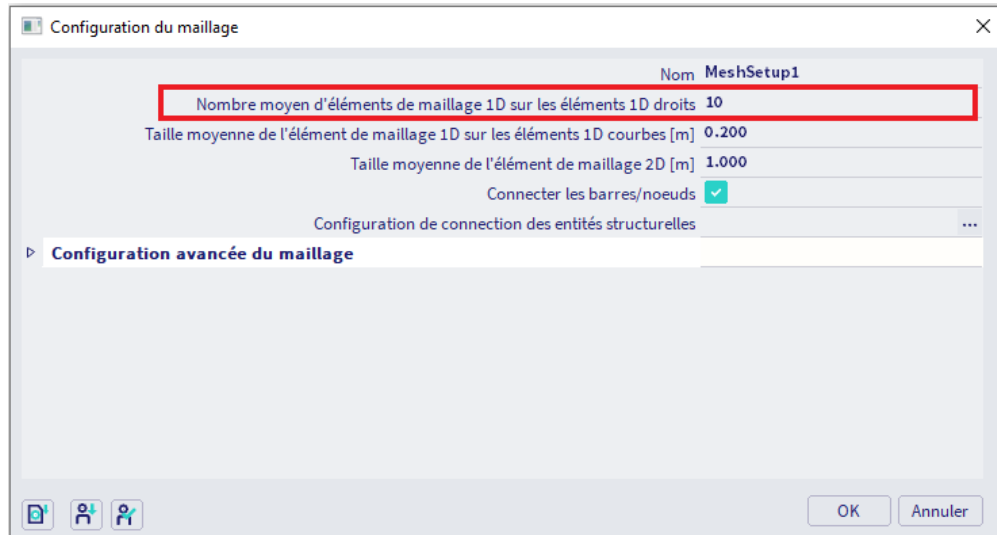
Ce résultat n'a de sens que si ce mode est clairement le mode prépondérant pour ce spectre, et que tous les autres modes sont insignifiants. Mais comme cette option affecte les résultats, **nous conseillons de ne pas l'utiliser**, à moins d'avoir une vraiment bonne connaissance de SCIA Engineer et des calculs sismiques.

Pour conclure, la totalité des paramètres définis est présentée ci-dessous :

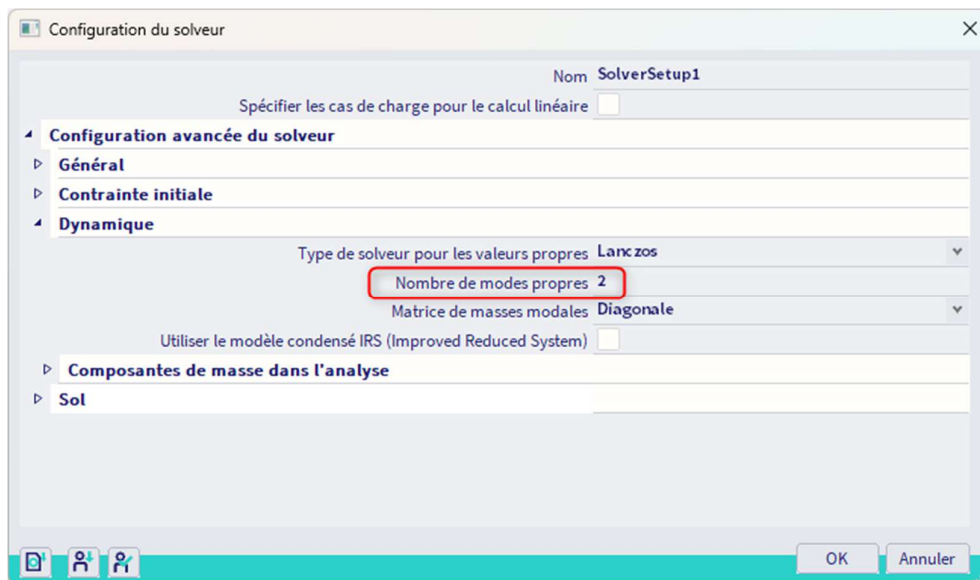


**Etape 6 : configuration du maillage**

Comme déjà spécifié dans les chapitres précédents, le maillage doit être raffiné pour obtenir des résultats précis. Ceci peut être réalisé en allant dans **Outils / Calcul et maillage / Configuration du maillage**. Pour cet exemple toutefois, le maillage par défaut n'est pas raffiné car ce sera plus facile pour vérifier les résultats par un calcul manuel. Mais pour un calcul dynamique, nous conseillons de changer le nombre moyen d'éléments de maillage 1D en 5 ou 10 éléments :

**Etape 7 : configuration du solveur**

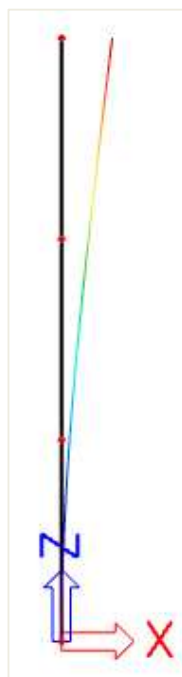
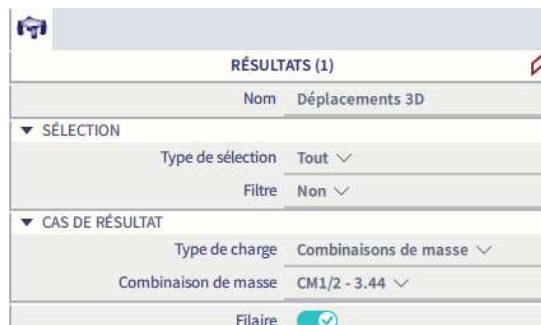
La dernière étape avant de lancer le calcul consiste à définir le nombre de modes propres à calculer. Pour cet exemple, deux modes seront définis. Dans le menu **Outils / Calcul et maillage / Configuration du solveur**, le nombre de modes propres est donc de 2.



**Etape 8 : résultats généraux**

Un calcul linéaire et de **fréquences propres** a été effectué.

La **déformée de la structure** peut se voir en affichant les **déplacements 3D** :



Mode propre 1



Mode propre 2

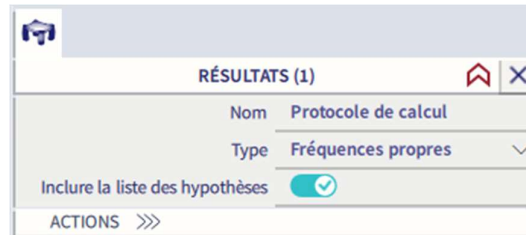
Les **fréquences propres** peuvent être affichées par cette option :



**Fréquences propres**

N	f [Hz]	$\omega$ [1/s]	$\omega^2$ [1/s <sup>2</sup> ]	T [s]
<b>Combinaison masse : CM1</b>				
1	0.53	3.30	10.91	1.90
2	3.44	21.62	467.64	0.29

Pour vérifier si le nombre de modes propres est suffisant, le **protocole de calcul** pour les **fréquences propres** doit être vérifié. Pour afficher le protocole de calcul, l'analyse modale doit d'abord être effectuée (par le menu **Outils / Calcul et maillage / Calculer**).



**Masses modales relatives**

Mode	iega [rad]	Période [s]	Fréq. [Hz]	$\Gamma_{xi}$	$\Gamma_{yi}$	$\Gamma_{zi}$	$W_{xi}/W_{xtot}$	$W_{yi}/W_{ytot}$	$W_{zi}/W_{ztot}$	$xi_R/W_{xtot}$	$yi_R/W_{ytot}$	$zi_R/W_{ztot}$
1	3.3027	1.90	0.53	-33.0158	0.0000	0.0000	0.7267	0.0000	0.0000	0.0000	0.2722	0.0000
2	21.6256	0.29	3.44	17.9771	0.0000	0.0000	0.2154	0.0000	0.0000	0.0000	0.5271	0.0000
							0.9421	0.0000	0.0000	0.0000	0.7993	0.0000

Comme spécifié dans le premier exemple de ce manuel, les **Facteurs de Participation Modale** montrent la quantité de masse qui vibre pour un mode propre spécifique en tant que pourcentage de la masse totale. Pour le premier mode propre, il y a **73%** de la masse totale qui vibre. Pour le deuxième mode propre, il y en a **22%**. Au total, ces deux modes propres représentent environ **94%** de la masse totale.

Selon l'Eurocode 8 [7] la somme des masses modales effective pour les modes pris en compte doit s'élever à au moins **90%** de la masse totale de la structure.

Ce critère est rempli, ce qui indique que deux modes propres sont suffisants pour cet exemple. Il est important de noter que le nombre de modes considéré est **suffisant dans la direction X** pour le cas de charges sismiques dans la direction X. Si le total avait été inférieur à 90%, le nombre de modes dans la configuration du solveur aurait dû être augmenté et le protocole de calcul pour les fréquences propres aurait dû être vérifié à nouveau.

Le **Taux d'amortissement** représente la valeur d'amortissement qui a été saisie manuellement pour chaque mode propre.

Il est important de garder à l'esprit que les spectres sismiques de l'Eurocode 8 ont été calculés avec un taux d'amortissement de **5%** comme indiqué dans la théorie. Quand un taux d'amortissement est saisi manuellement, les spectres doivent être corrigés. Ceci est fait à l'aide du **Coefficient d'Amortissement**.

- **Sax**, **Say** et **Saz** représentent les accélérations spectrales.
- **G(j)** est le coefficient de mode pour le mode j.
- **Fx** et **Fy** sont les tranchants à la base pour chaque mode.
- **Mx** et **My** sont les Moments de Renversement pour chaque mode.

La dernière ligne du tableau indique la réponse globale. Cette réponse a été obtenue au moyen de la méthode SRSS qui a servi à combiner les réponses modales.

Les formules qui permettent de calculer ces paramètres ont été présentées dans la théorie et un calcul manuel est donné dans l'annexe C.

**Exemple 03-3 :**

L'exemple précédent est repris et sera désormais calculé en utilisant la **méthode CQC**. Pour toutes les fréquences, un amortissement de **2%** est utilisé.

À l'étape 6, la méthode **CQC** est choisie dans la zone **Type de superposition** :

The screenshot shows the 'Cas de charge' dialog box with the following configuration:

- Nom: LC2
- Description: SX
- Type d'action: Variable
- Groupe de charges: LG2
- Type de charge: Dynamique
- Spécification: Séisme
- Action sismique**
  - Spectre de réponse: FS1
  - Direction: X
  - Rotation autour de l'axe Z [deg]: 0.00
  - Coef. X: 1
  - Coef. Y: 0
  - Coef. Z: 0
  - Coef. d'accélération: 1
  - Niveau de référence de renversem: 0.000
- Forces latérales équivalen...**
  - Méthode FLE: Désactivé
- Excentricité accidentelle**
  - Méthode: Désactivé
- Superposition modale**
  - Type de superposition: CQC
  - Amortissement [%]: 2.00
  - Filtre sur le pourcentage de masse:
  - Filtre sur le pourcentage de masse:
  - Utiliser le mode résiduel:
- Résultats signés**
  - Utiliser le mode dominant:
  - Cas de charge maître: Aucun
  - Combinaison de groupes de masses: CM1
- Actions**
  - Supprimer toutes les charges: >>>
  - Copier toutes les charges dans un autre cas de charge: >>>

Buttons at the bottom: Nouveau, Insérer, Modifier, Supprimer, Fermer.



Dès lors qu'est choisi le type de superposition « CQC », une option « Amortissement » s'affiche en-dessous. L'utilisateur doit alors définir un taux d'amortissement constant qui sera utilisé pour tous les modes propres. Par défaut, le taux affiché est de 5% car c'est le taux utilisé dans la définition des spectres sismiques de l'Eurocode 8. Mais dans cet exemple il sera de **2%**.

Ce spectre d'amortissement sera utilisé pour le calcul des **Coefficients de Corrélation Modale** de la **méthode CQC** et sera également utilisé pour calculer le **Coefficient d'Amortissement** pour chaque mode comme spécifié dans l'exemple précédent.

Lorsque le spectre a été défini, le **Calcul Linéaire** peut être relancé. Le **Protocole de calcul** du **Calcul Linéaire** donne les résultats suivants :

Mode	Fréq. [Hz]	Amort. relatif	Coef.amort.	Wi/Wtot [-]	Sax [m/s <sup>2</sup> ]	Say [m/s <sup>2</sup> ]	Saz [m/s <sup>2</sup> ]	G(j) [-]	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.53	0.02	1.19523	0.73	0.821	0.000	0.000	2.48	0.89	0.00	0.00	-8.95
2	3.44	0.02	1.19523	0.22	5.959	0.000	0.000	0.23	1.93	0.00	0.00	-5.57
Niveau=	0.00			0.94					2.12	0.00	0.00	10.54

Les résultats montrent que pour chaque mode, le facteur d'amortissement est égal à **2%**.

Comme spécifié dans la théorie, les spectres sismiques de l'Eurocode 8 ont été définis en utilisant un taux d'amortissement de 5%. Une autre valeur est utilisée pour l'amortissement, le spectre doit être corrigé en utilisant un **Coefficient d'Amortissement  $\eta$** .

Selon l'Eurocode 8 [6], ce coefficient est calculé comme suit :

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{(5 + \xi)}} \geq 0,55 \quad (4.13)$$

Avec :  $\xi$  = Taux d'Amortissement exprimé en pourcentage.

Pour un taux d'amortissement par défaut de **5%**,  $\eta$  est égal à l'unité.

La limite inférieure de **0,55** pour le Coefficient d'Amortissement indique que lorsque le Taux d'Amortissement est plus grand que **± 28,06%**, il n'a plus aucune influence sur le spectre sismique.

Pour l'application exacte de  $\eta$  dans les formules des spectres de conception, il est fait référence à l'Eurocode 8 [7].

Dans cet exemple, un taux d'amortissement de 2% donne le coefficient d'amortissement suivant :

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{(5 + 2)}} = 1,1953$$

Cela indique que les accélérations spectrales seront augmentées de **20%** parce qu'il y a moins d'amortissement dans la structure. Les accélérations spectrales de l'exemple précédent peuvent donc être multipliées par  $\eta$ :

$$S_{ax,(1)} = 0,6870 \text{ m/s}^2 * 1,1953 = 0,8212 \text{ m/s}^2$$

$$S_{ax,(2)} = 4,9856 \text{ m/s}^2 * 1,1953 = 5,9589 \text{ m/s}^2$$

Avec ces nouvelles accélérations spectrales, le calcul du Cisaillement à la Base, du Moment de Renversement, ... peut-être répété.

Calcul manuel

Dans ce paragraphe, l'application de la **méthode CQC** est illustrée pour la réponse globale du cisaillement de base.

- Mode 1 :  $\omega_{(1)} = 3,3027\text{rad/s}$   $F_{(1)} = 0,8951\text{kN}$
- Mode 2 :  $\omega_{(2)} = 21,6256\text{rad/s}$   $F_{(2)} = 1,9258\text{kN}$

En utilisant une feuille de calcul, les coefficients de corrélation modaux  $\rho_{i,j}$  sont calculés avec un amortissement  $\xi_{i,j}$  de **2%**.

Mode	1	2
1	1	0,0003065
2	0,0003065	1

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_{(i)} \cdot \rho_{i,j} \cdot R_{(j)}}$$

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{\begin{aligned} &0,8951\text{kN} * 1 * 0,8951\text{kN} \\ &+ 0,8951\text{kN} * 0,0003065 * 1,9258\text{kN} \\ &+ 1,9258\text{kN} * 0,0003065 * 0,8951\text{kN} \\ &+ 1,9258\text{kN} * 1 * 1,9258\text{kN} \end{aligned}}$$

$$R_{\text{tot}} = 2,12\text{kN}$$

### 3.4. Combinaisons sismiques

Il existe différentes possibilités pour créer les combinaisons de charges qui incluent aussi les cas de charges sismiques. Nous allons expliquer ici la méthode optimale de SCIA au moyen d'un exemple.

**Exemple 03-4 :**

Tout d'abord, trois cas de charges sont créés.  
Le format général des effets des actions doit être :

$$E_d = E(G_{k,j}; P; A_{Ed}; \psi_{2,i} Q_{k,i}) \quad j \geq 1 ; i \geq 1$$

La combinaison des actions entre parenthèses peut être écrite :

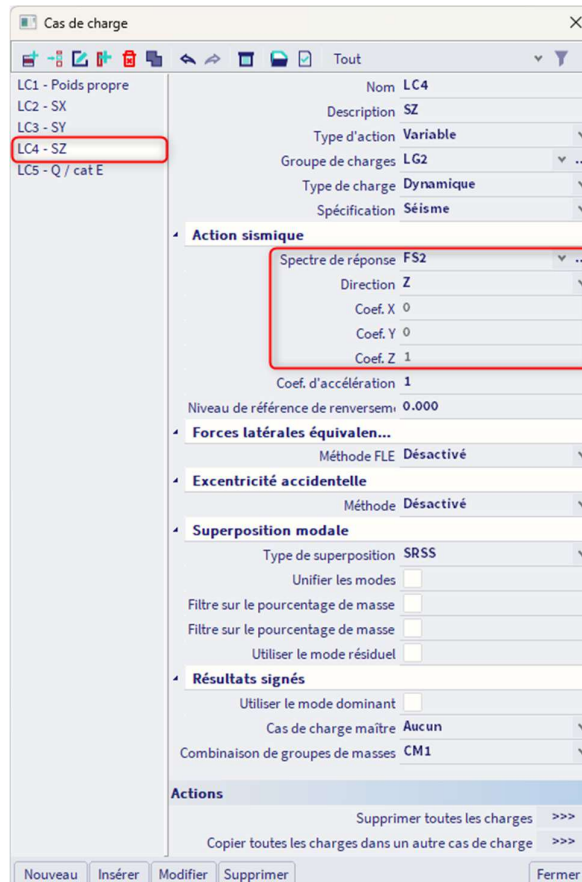
$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} "+" P "+" A_{Ed} "+" \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

Avec  $E_d$  :

$$\begin{aligned} & E_{Edx} + 0,3.E_{Edy} + 0,3.E_{Edz} \\ & 0,3.E_{Edx} + E_{Edy} + 0,3.E_{Edz} \\ & 0,3.E_{Edx} + 0,3.E_{Edy} + E_{Edz} \end{aligned}$$

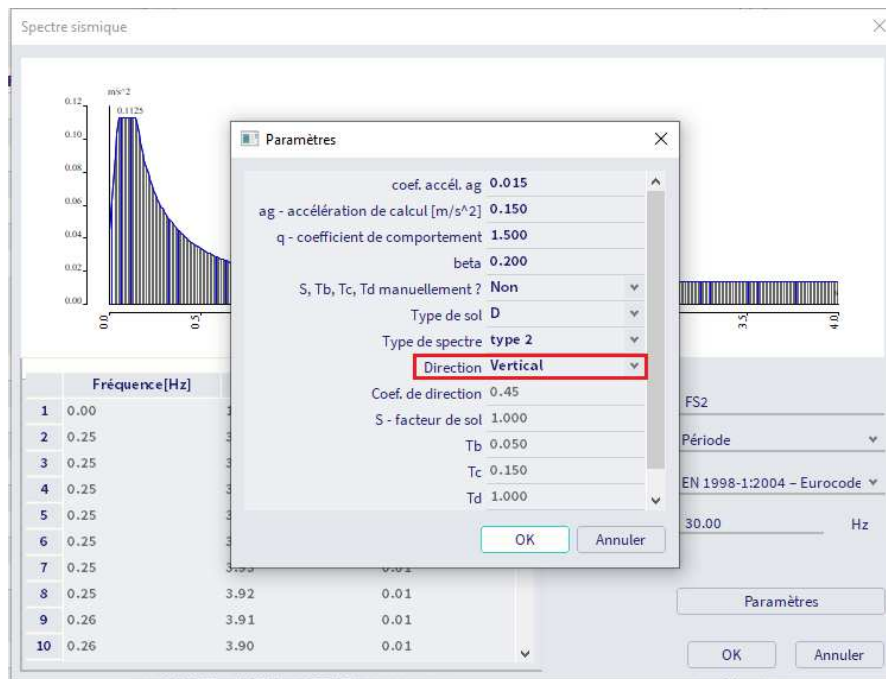
Ces cas de charges comprennent respectivement les spectres sismiques dans les directions X, Y et Z.

Par exemple :



Veillez noter qu'un spectre Eurocode différent doit être généré pour la direction verticale. Dans SCIA Engineer, un cas de charge doit être créé pour la composante du séisme dans la direction X, un autre pour la direction Y et un dernier pour la direction Z.

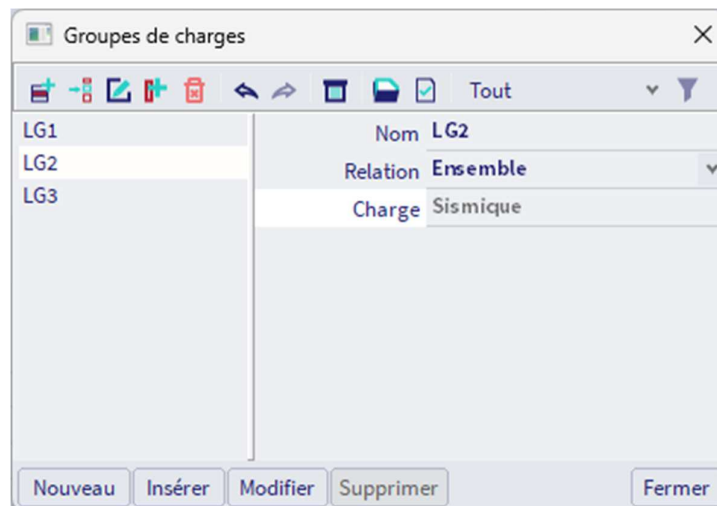
Veillez à ce que le coefficient situé juste en-dessous du spectre, « Coef.Z », ne soit pas défini sur " zéro ", car les accélérations dans le spectre sismique seront multipliées par cette valeur.



Ensuite, nous devons attribuer un type de groupe de charge au cas de charge sismique.

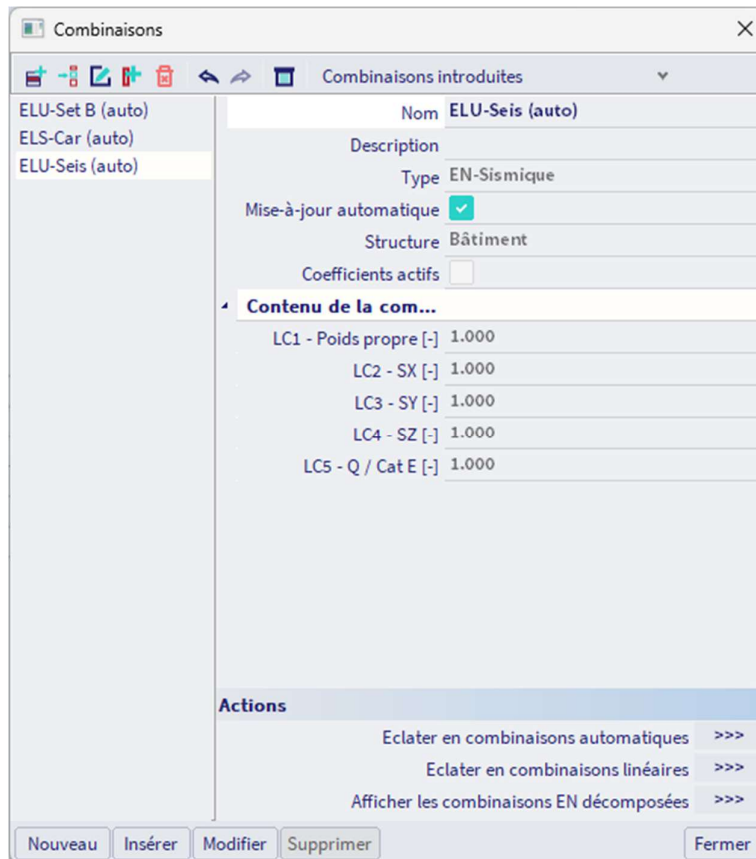
Tout d'abord, la relation entre les cas de charge dans le même groupe doit être définie. Les trois spectres sismiques doivent toujours apparaître dans la même combinaison. Pour cela, l'option « Ensemble » sera choisie.

Ensuite, le type de charge doit être sélectionné : dans ce cas, il faut choisir le type « Sismique ».



Après la création des cas de charge sismiques, les combinaisons peuvent être faites. A cette fin, un type de combinaisons a été mis en place dans le logiciel : il s'agit de la combinaison sismique selon l'EC-EN.

Pour utiliser cette enveloppe de combinaisons automatique, les cas de charges sismiques doivent être assignés d'un groupe de charges comportant les propriétés « Sismique » et « Ensemble ». Aussi, aucun coefficient actif ne peut être utilisé :



Cette enveloppe de combinaisons considère automatiquement les cas de charge sismique avec un coefficient positif et négatif, et fera automatiquement de l'un des cas de charge sismique le cas de charge primaire et des autres cas de charge secondaires.

Si nous ne tenons pas compte du fait que les coefficients peuvent être aussi bien positifs que négatifs, alors on aurait :

$$\begin{aligned}
 &E_{Edx} + 0,3.E_{Edy} + 0,3.E_{Edz} \\
 &0,3.E_{Edx} + E_{Edy} + 0,3.E_{Edz} \\
 &0,3.E_{Edx} + 0,3.E_{Edy} + E_{Edz}
 \end{aligned}$$

**Remarque:**

Dans le cas de l'EC-EN, vous devez créer deux ensembles de combinaisons, un pour les **déformations** et un autre pour les **efforts internes**. Cela veut dire qu'il faudrait au total six combinaisons de type EN-Sismique.

Pour les efforts internes, les combinaisons doivent être introduites comme décrit ci-dessus. Pour les résultats de déformations, nous devons créer trois nouveaux cas de charges, et multiplier tous les résultats de déplacements par le **coefficient de comportement q**, comme décrit dans l'article 4.3.4 de l'EN 1998-1-1 :

#### 4.3.4 Calcul du déplacement

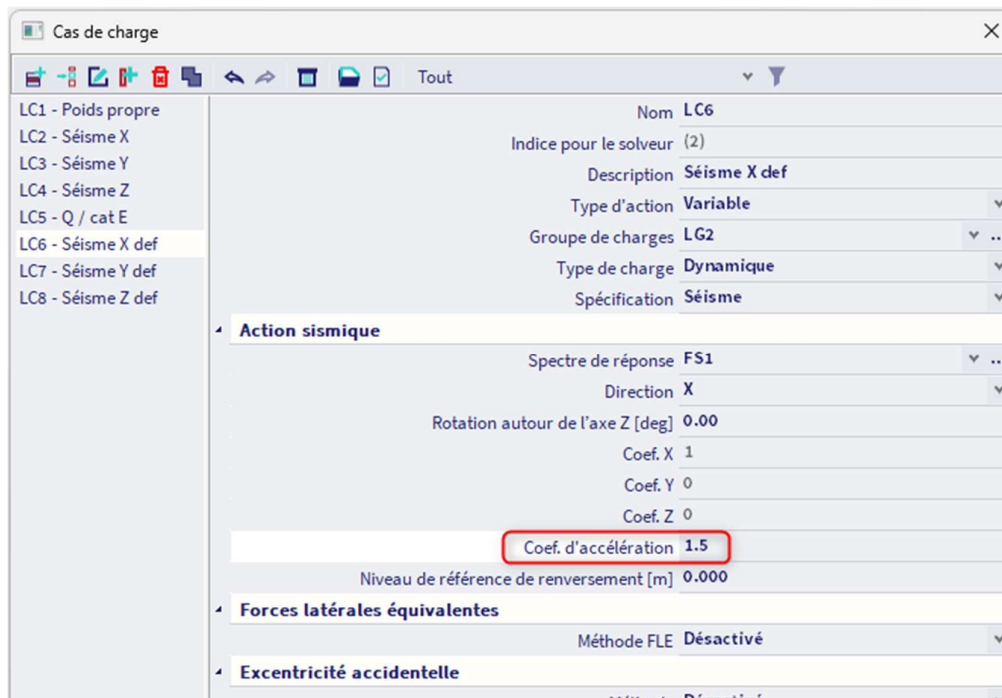
(1)P Si une analyse linéaire est effectuée, les déplacements produits par l'action sismique de calcul doivent être calculés sur la base des déformations élastiques du système structural à l'aide de l'expression simplifiée suivante :

$$d_s = q_d d_e \quad \dots (4.23)$$

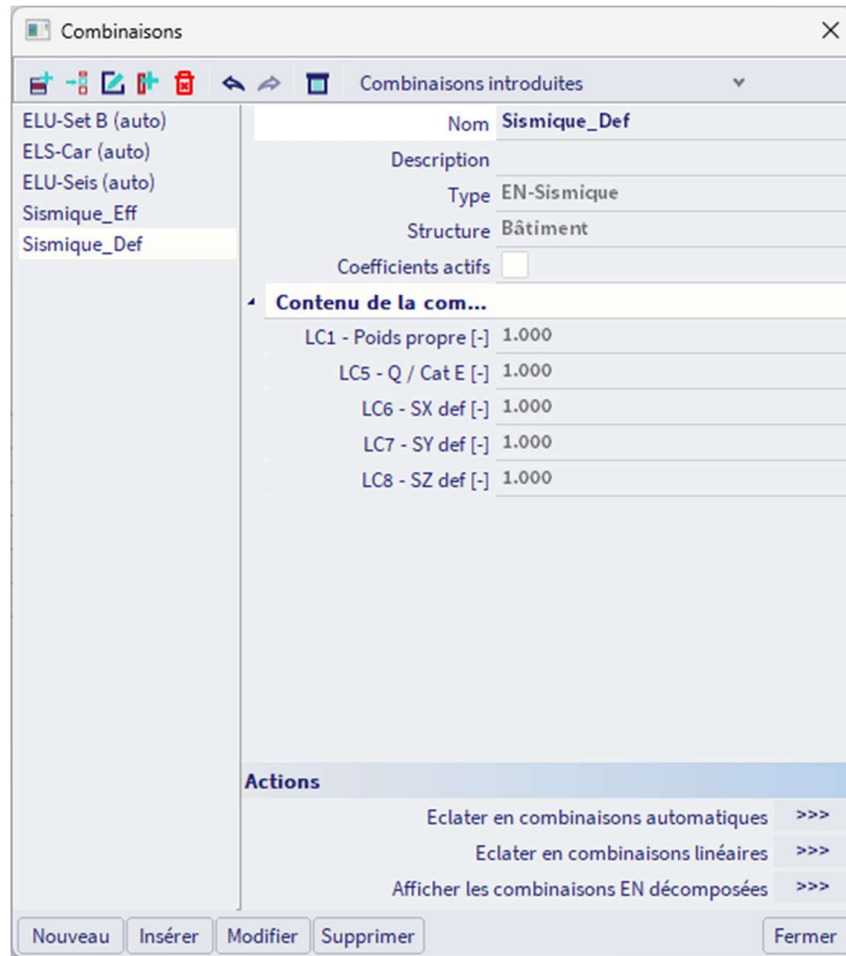
avec :

- $d_s$  déplacement d'un point du système structural dû à l'action sismique de calcul ;
- $q_d$  coefficient de comportement lié au déplacement, supposé égal à  $q$ , sauf indication contraire ;
- $d_e$  déplacement du même point du système structural, déterminé par une analyse linéaire basée sur le spectre de réponse de calcul, conformément à 3.2.2.5.

Si nous considérons notre exemple avec le coefficient  $q$  de 1,5, nous devons copier les cas de charges sismiques existants, et noter la valeur du coefficient de comportement (ici 1,5) dans le « Coef. d'accélération ». Ainsi, toutes les valeurs d'accélération du spectre précédemment défini vont être multipliées par ce coefficient :



Ensuite, il faut créer une nouvelle enveloppe de combinaisons sismiques avec les nouveaux cas de charges :



### 3.5. Masse dans l'analyse

Comme mentionné précédemment, la somme des masses modales effectives des modes pris en compte doivent atteindre au moins 90% (EN 1998-1-1 art.4.3.3.3). L'utilisateur peut essayer de l'atteindre avec les possibilités suivantes :

- Augmenter le nombre de modes propres
- Assigner les masses aux nœuds plutôt qu'aux poutres pour éviter les modes locaux.

La masse qui n'a pas encore été prise en compte (par exemple, si la masse modale effective est de 90%, alors il y a 10% non pris en compte), peut être traitée de deux manières différentes dans SCIA Engineer :

Superposition modale	
Type de superposition	CQC
Amortissement [%]	5.00
Filtre sur le pourcentage de masse totale	<input type="checkbox"/>
Filtre sur le pourcentage de masse minimale	<input type="checkbox"/>
Utiliser le mode résiduel	<input type="checkbox"/>

La méthode utilisée est définie dans le cas de charge sismique et est rappelée dans le protocole de calcul linéaire. Prenons un exemple avec une masse modale effective dans une direction de 90%. Comment peuvent être traités les 10% restants ?

- Si l'option « Utiliser le mode résiduel » n'est pas cochée : dans ce cas, les 10% seront ignorés. Seuls, les 90% de la masse de la structure seront prises en compte pour calculer les effets sismiques.
- Si l'option « Utiliser le mode résiduel » est cochée : dans ce cas, un mode « fictif » correspondant à la combinaison de tous les modes manquants va être calculé. Mais comme ces modes manquants ont des fréquences propres différentes, la dernière fréquence trouvée sera aussi la fréquence propre de ce mode. Dans le calcul, les efforts dans ce mode seront calculés de la même manière que dans les autres modes.

Une explication détaillée de ces modes à travers des exemples sont disponibles dans l'annexe D.

### 3.6. Superposition modale

La méthode du spectre de réponse utilise une superposition modale des modes propres significatifs de la structure. Les méthodes utilisées pour la superposition modale sont décrites au début du chapitre : SRSS ou CQC.

Ces méthodes ont l'avantage de fournir très facilement les valeurs de calcul de tous les résultats (déplacements, efforts internes, etc.). Néanmoins les informations disponibles sont partielles :

- il est possible de déterminer les valeurs min et max de tous les résultats ;
- le signe réel d'un résultat ne peut pas être défini
- la concomitance de différents résultats ne peut pas être définie.



La perte de concomitance et de signature des résultats est un problème classique lors du calcul d'efforts résultants dans les voiles de contreventement : il n'est pas possible de calculer une résultante à partir d'efforts internes issus de la superposition modale, les résultats bruts étant tous positifs.  
Le calcul des efforts résultants pour l'un des refends représentés ci-dessous donnerait typiquement des moments presque nuls ainsi que des efforts normaux extrêmement surestimés.

Une méthode automatique peut être utilisée puisque l'utilisation des résultats signés (décrite ci-dessous) n'est qu'une alternative pour obtenir les efforts résultants utilisables.  
La méthode rigoureuse de calcul des résultantes dans le cadre de la méthode du spectre de réponse peut être résumée ainsi :

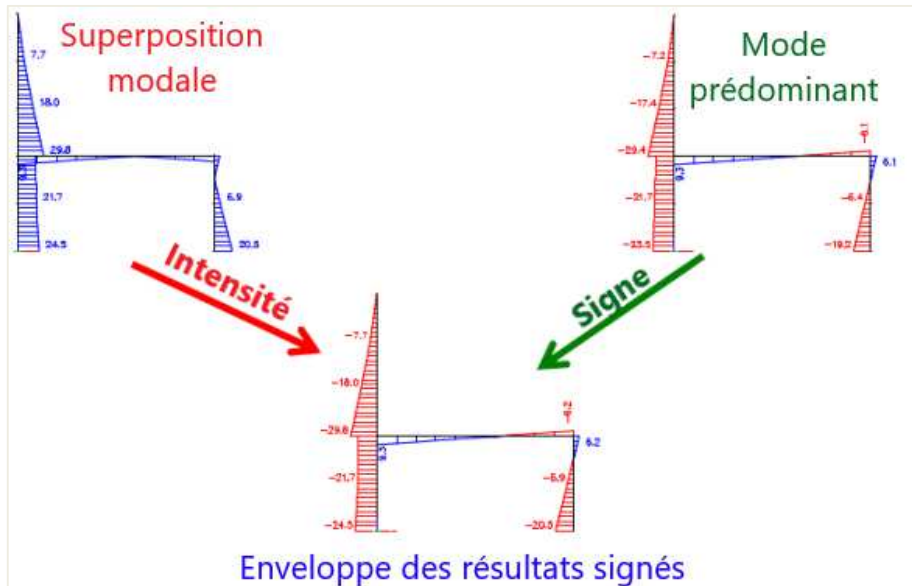
- calcul des efforts internes locaux pour chaque mode propre ;
- calcul séparé de l'effort résultant pour chaque mode propre ;
- application de la superposition modale aux valeurs résultantes modales obtenues.

Ainsi, il n'est pas nécessaire de disposer de résultats signés pour obtenir les valeurs correctes des efforts résultants. Il existe d'ailleurs des cas pour lesquels la méthode décrite dans le paragraphe précédent donne des résultats surestimés pour la plupart des composantes et ne peut donc être considérée que comme approximative. La méthode décrite ici est clairement plus précise.

Cette option est activée par défaut pour les nouveaux projets dans SCIA Engineer. Pour les projets antérieurs à la version 2013 de SCIA Engineer, il vous faut l'activer par le menu Configuration / Solveur.

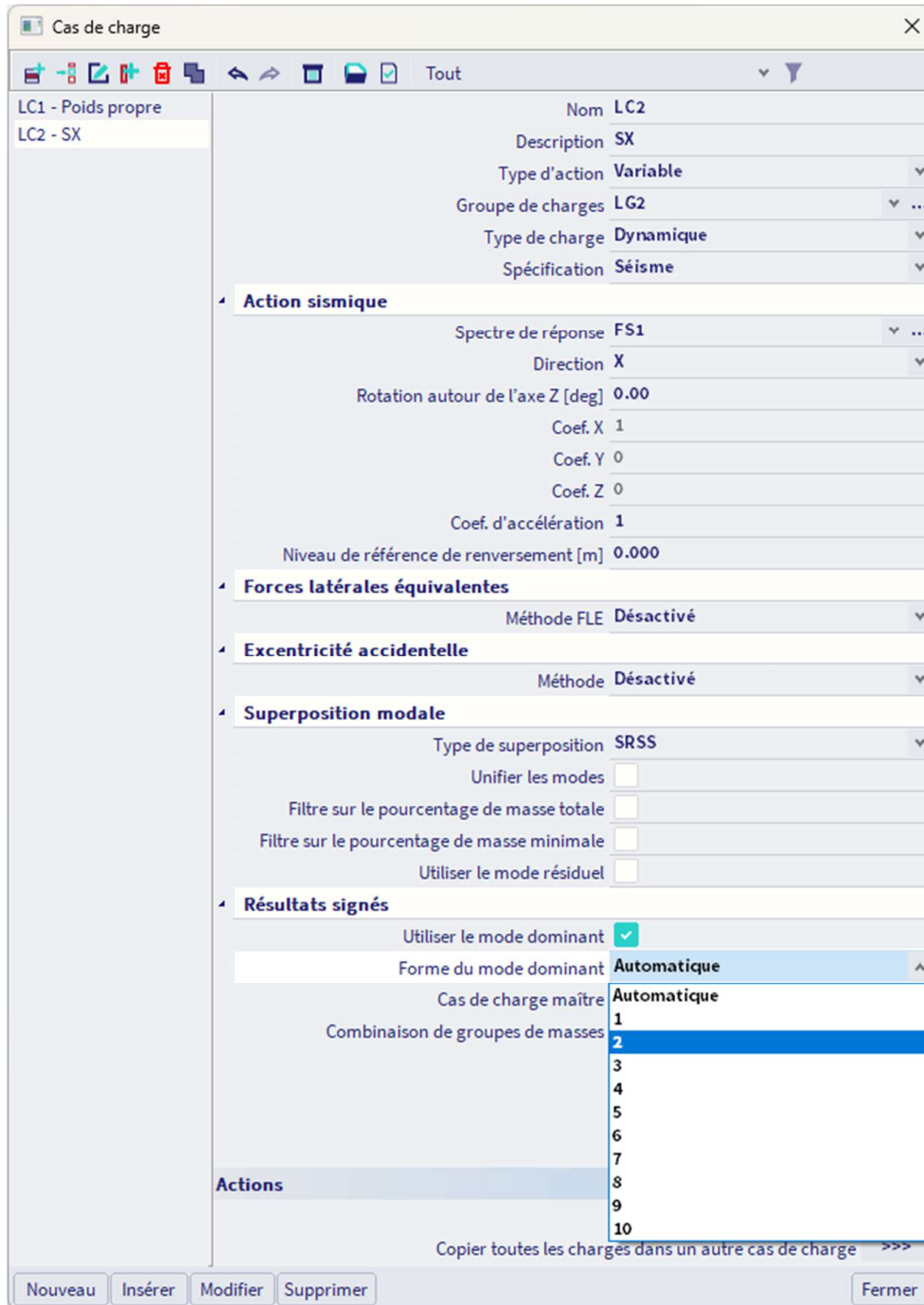
Pour obtenir des valeurs d'efforts résultants utilisables, il existe la méthode dite des « résultats signés ». Elle consiste à appliquer un schéma de signature aux résultats bruts de la superposition modale. Une approche classique consiste à utiliser les signes du mode propre le plus significatif.

Il est toutefois important de savoir que cette méthode donnera de bons résultats s'il n'y a vraiment qu'un seul mode de grande importance (mode prédominant ou prépondérant) dans la direction en question (par rapport aux autres modes).



Si l'on applique cette méthode aux voiles de contreventement, il est possible de « signer » les efforts internes et de les rendre ainsi utilisables pour le calcul des efforts résultants.

Vous pouvez signer les résultats dans SCIA Engineer en sélectionnant manuellement un mode de signature ou un mode déterminé par le programme. Si vous choisissez l'option « Automatique », le mode qui induit le plus de masse participante est utilisé (somme des directions X, Y et Z) :



## Chapitre 4: MODÈLE D'ANALYSE RÉDUIT

### 4.1. Théorie

La tendance actuelle des analyses de structures par éléments finis (EF) est à la modélisation 3D de la structure étudiée. SCIA Engineer obéit à la règle selon laquelle les structures – bâtiments compris – sont généralement modélisées en 3D à l'aide de poutres et d'éléments de coque.

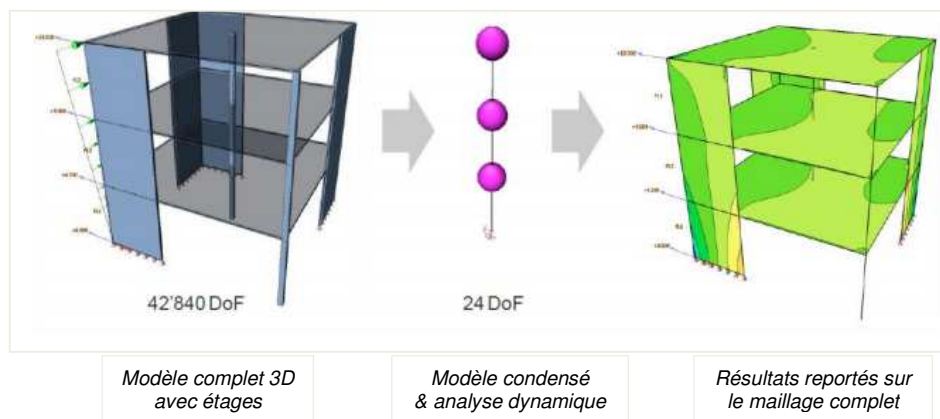
Dès qu'une modélisation 3D détaillée est prête pour une analyse statique de structure, il est naturel de l'utiliser également pour une analyse dynamique et, plus spécifiquement, dans le cadre d'une conception parasismique. L'un des problèmes types des modélisations 3D intégrales est que la conception parasismique concerne plutôt le comportement général de la structure alors que le maillage complet de la structure donne de nombreuses informations à propos des comportements locaux.

Plus spécifiquement, pour l'analyse modale, le maillage complet laisse apparaître des modes de vibration locaux qui sont sans objet pour la réponse sismique globale de la structure. Il paraît donc logique d'utiliser un maillage différent – condensé - pour l'analyse dynamique.

Des techniques bien connues de condensation de la matrice de rigidité (condensation de Guyan, également appelée condensation statique) permettent d'obtenir très efficacement un système condensé, mais ces méthodes ne sont pas parfaitement adaptées aux analyses dynamiques. Une méthode améliorée de système condensé (IRS ou Improved Reduced System) a été développée ; elle ne tient pas seulement compte de la matrice de rigidité du système, mais aussi de la matrice de masse au cours du processus de condensation. Cette méthode a donné d'excellents résultats pour l'analyse dynamique, que ce soit avec les méthodes d'analyse modale ou d'intégration temporelle directe.

L'algorithme implémenté dans SCIA Engineer utilise la méthode IRS et comprend 3 étapes :

1. La méthode IRS est utilisée pour condenser le maillage du modèle d'analyse.
2. L'analyse modale est accomplie à l'aide du maillage condensé, qui a typiquement 1 000 fois moins de degrés de liberté que le maillage complet original. Cela rend le calcul des valeurs propres massivement plus rapide dans les grandes structures et évite les modes locaux indésirables. Ce dernier point est particulièrement intéressant pour les analyses sismiques.
3. Les résultats du système condensé sont extrapolés au maillage complet d'origine, ce qui permet la production de résultats détaillés pour l'intégralité de la structure.



La méthode IRS permet :

**1. L'élimination des modes de vibrations flexionnels locaux, non pertinents dans les dalles** : Les modes locaux de tous les éléments structurels sont implicitement supprimés, du fait de l'élimination des degrés de liberté indésirables. Bien entendu, l'ajout de points de condensation supplémentaires permettrait une analyse des modes locaux plus détaillée, mais il est particulièrement intéressant pour les analyses sismiques de ne conserver, dans le modèle condensé, que les nœuds strictement nécessaires à la reproduction du comportement sismique typique d'une construction. Au final, il incombe à l'utilisateur de choisir les points de condensation de telle sorte que tous les modes propres désirés soient obtenus.

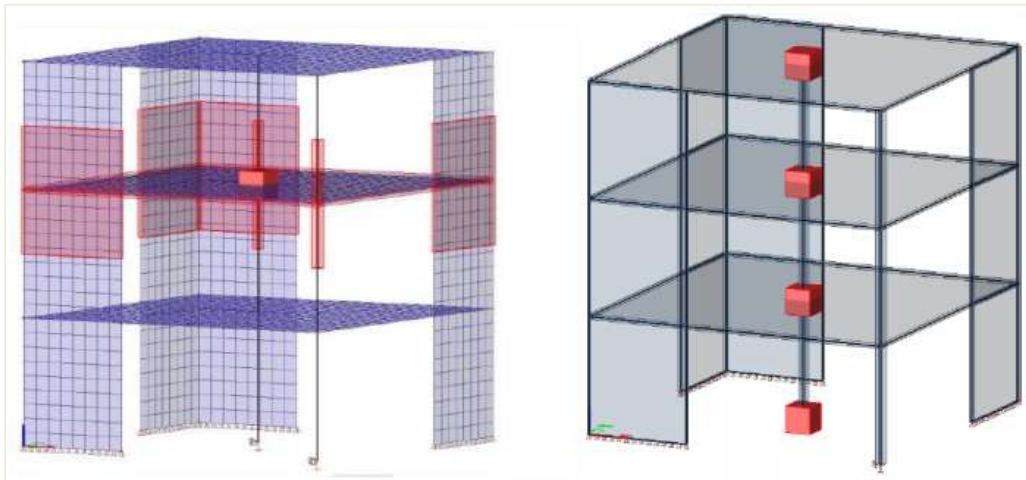
**2. La réduction du temps de calcul** : Le temps de calcul est réduit du fait de la réduction drastique du nombre de degrés de liberté ; en réalité, la réduction est encore plus importante qu'avec la méthode des diaphragmes car les éléments porteurs sont également condensés.

**3. Gestion simplifiée de l'excentricité de masse des dalles** : L'analyse IRS utilise une matrice de masse complète, ce qui permet une prise en compte exacte des excentricités de masse dans chaque nœud du système condensé.

**Remarque** : L'élimination des effets de cadre – n'est pas résolue par l'analyse IRS proprement dite, car cette dernière ne modifie pas le comportement mécanique de la structure. Toutefois, comme les modes de flexion locaux indésirables sont implicitement supprimés du système condensé, il est facile de simuler des diagrammes souples par une réduction significative de la rigidité flexionnelle des dalles. Cela permet non seulement d'obtenir un comportement de diaphragme classique par le biais d'une rigidité flexionnelle très faible, mais aussi de générer un comportement intermédiaire partout où la rigidité flexionnelle est moins radicalement réduite ; ainsi, les effets de cadre sont réduits sans être totalement supprimés.

Le modèle condensé est obtenu à partir des nœuds de réduction. Les nœuds sont placés au niveau de chaque étage, au niveau spécifié, au milieu de la structure (tous les nœuds de réduction se trouvent sur le même axe vertical).

Au cours de l'analyse, le modèle condensé est généré automatiquement à partir du maillage complet de la structure. Chaque nœud du maillage complet est mappé sur le point de condensation le plus proche. Dans une configuration typique de bâtiment, cela signifie que chaque point de condensation reçoit la rigidité, les forces et les masses de la dalle correspondante, de la moitié supérieure des éléments porteurs en dessous de la dalle et de la moitié inférieure des éléments porteurs au-dessus de la dalle.



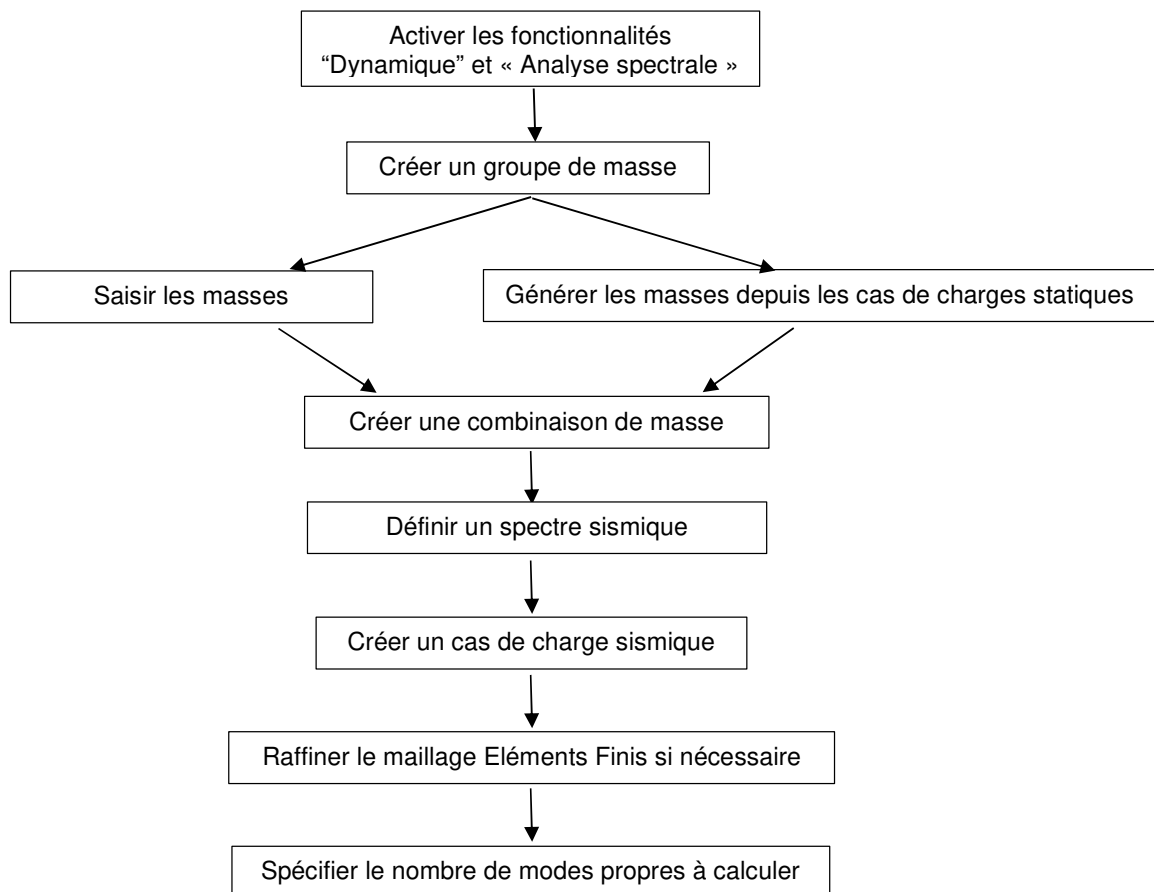
Contrairement à l'analyse modale classique, qui fait généralement appel à une matrice de masse diagonale (seuls les termes situés sur la diagonale sont différents de zéro), le système condensé utilise une matrice de masse complète avec des valeurs non nulles hors de la diagonale. Cela signifie que les excentricités de la masse peuvent facilement être prises en compte par le système condensé. La très petite taille du système condensé permet l'utilisation de la matrice de masse complète pour la résolution du système.

Par conséquent, il n'est pas nécessaire de positionner les points de condensation, qui constitueront le modèle condensé, à un endroit particulier tel que le centre de la masse de chaque étage. Comme il peut être nécessaire de calculer la structure plusieurs fois avec des répartitions de masse différentes, la position du centre de la masse de chaque étage peut varier légèrement en fonction de la combinaison de masse sélectionnée. Grâce à l'utilisation d'une matrice de masse complète, les mêmes points de condensation peuvent être employés dans tous les cas.

Au cours de l'analyse, le modèle condensé est calculé automatiquement à partir du maillage complet. Chaque nœud du maillage complet est mappé sur le point de condensation le plus proche.

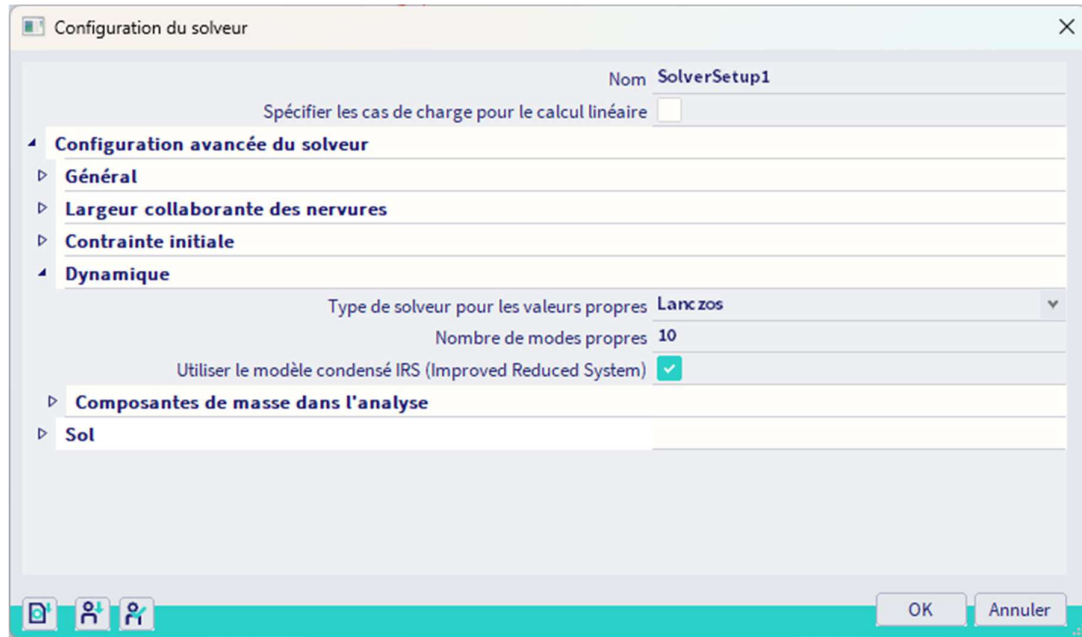
## 4.2. Méthode IRS dans SCIA Engineer

Pour faire un calcul IRS, vous devez d'abord exécuter toutes les étapes comme décrites en détail pour le calcul sismique dans les chapitres précédents. Voici un rappel des étapes à suivre:

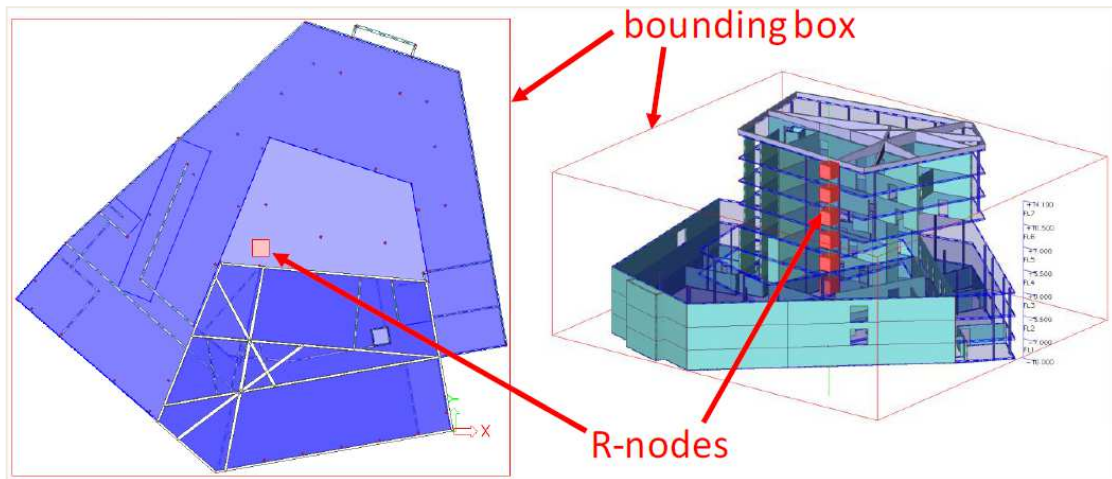


Avant de faire le calcul linéaire, les étapes additionnelles que vous devez exécuter pour pouvoir faire un calcul IRS sont :

1. Vous devez activer l'option d'analyse avec Modèle condensé dans le projet. Cela peut être fait via le menu **Configuration du solveur** :



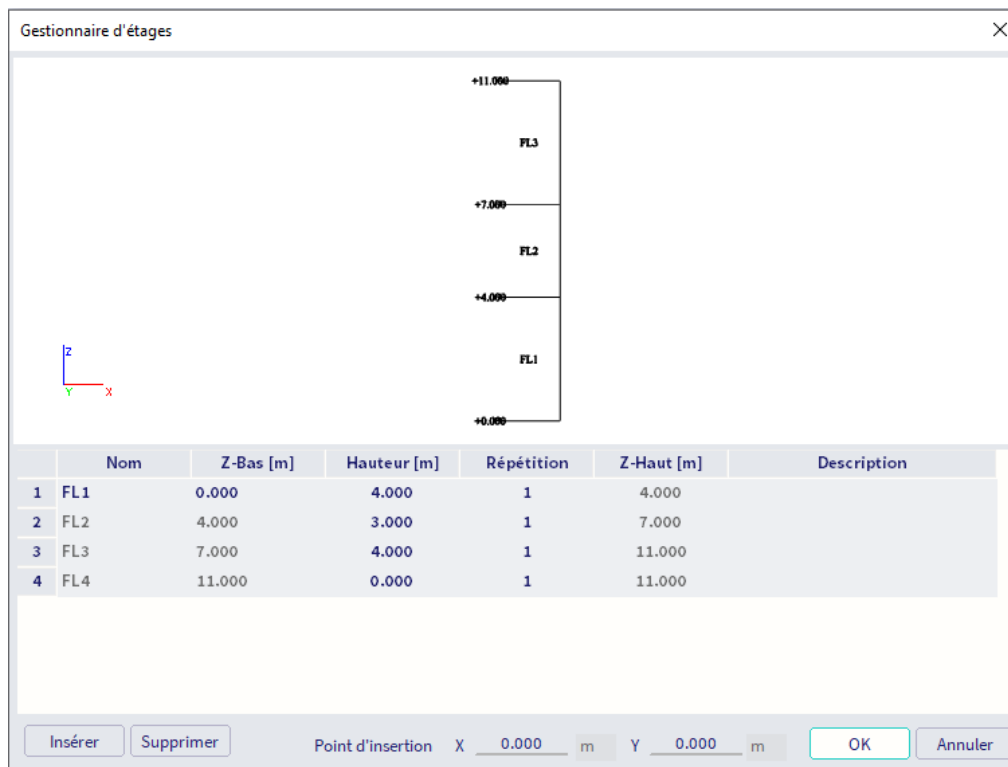
2. Vous devez ensuite définir les étages du bâtiment. Les nœuds de réduction seront calculés à partir des données d'étage. Chaque étage est alors réduit en un seul nœud.



Pour introduire les étages du bâtiment, allez dans le panneau de saisie et « Grilles et étages » :



Le gestionnaire d'étage dans lequel vous pouvez définir les étages s'affiche:



Avec les configurations par défaut, la dalle de chaque étage se situe au bas de l'étage, de même que le point de condensation correspondant. Il est recommandé de laisser les choses en cet état. Cela peut être affiché dans les propriétés d'étage :



- Une fois que le calcul linéaire a été exécuté, les résultats sont disponibles. Il y a fondamentalement deux types de résultats après une analyse IRS :

- Les résultats du modèle condensé sont automatiquement extrapolés au maillage complet d'origine et sont accessibles par le biais des sorties de résultats standards. Ceci n'est pas détaillé ici parce qu'il s'agit de la même chose que ce qui a été expliqué dans les chapitres précédents.
- Certains résultats dédiés provenant directement du modèle condensé sont disponibles dans le poste de travail « Résultats » et « **Résultats d'ensemble par étage** ». On y trouve des informations relatives aux masses, déplacements et accélérations pour chaque étage du modèle condensé.



- D'autres résultats peuvent être affichés via le poste de travail « Résultats » et « **Résultats détaillés par étage** » : ce menu propose des résultats provenant de l'analyse avec le maillage complet. Pour le moment, il peut être utilisé pour les résultats provenant d'une analyse linéaire, avec ou sans analyse dynamique, avec ou sans analyse IRS. Il fournit des résultats pour tous les éléments porteurs et permet une sélection aisée des éléments par étage. Les murs et les poteaux peuvent être représentés sur le même dessin. Les résultats types produits sont : forces internes, résultantes par mur ou par étage, etc.

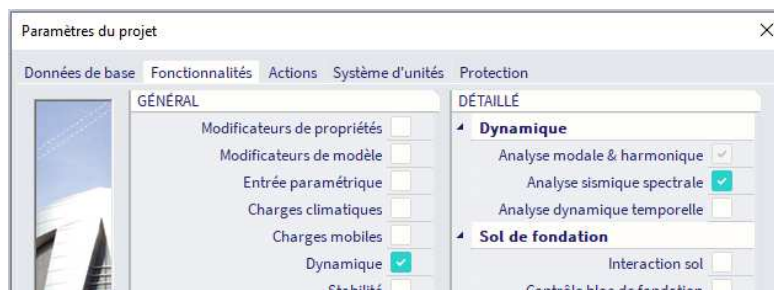


**Exemple 04-1 :**

Ouvrez le projet correspondant à cet exemple. Nous allons appliquer les principes vus ci-dessus à ce bâtiment.

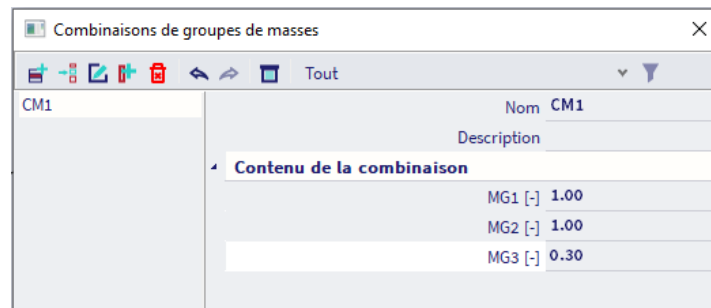
**Etape 1 : exécution de toutes les étapes nécessaires pour une analyse sismique**

- Activez les fonctionnalités « **Dynamique** » et « **Sismique spectrale** » à partir des « Paramètres du projet » :

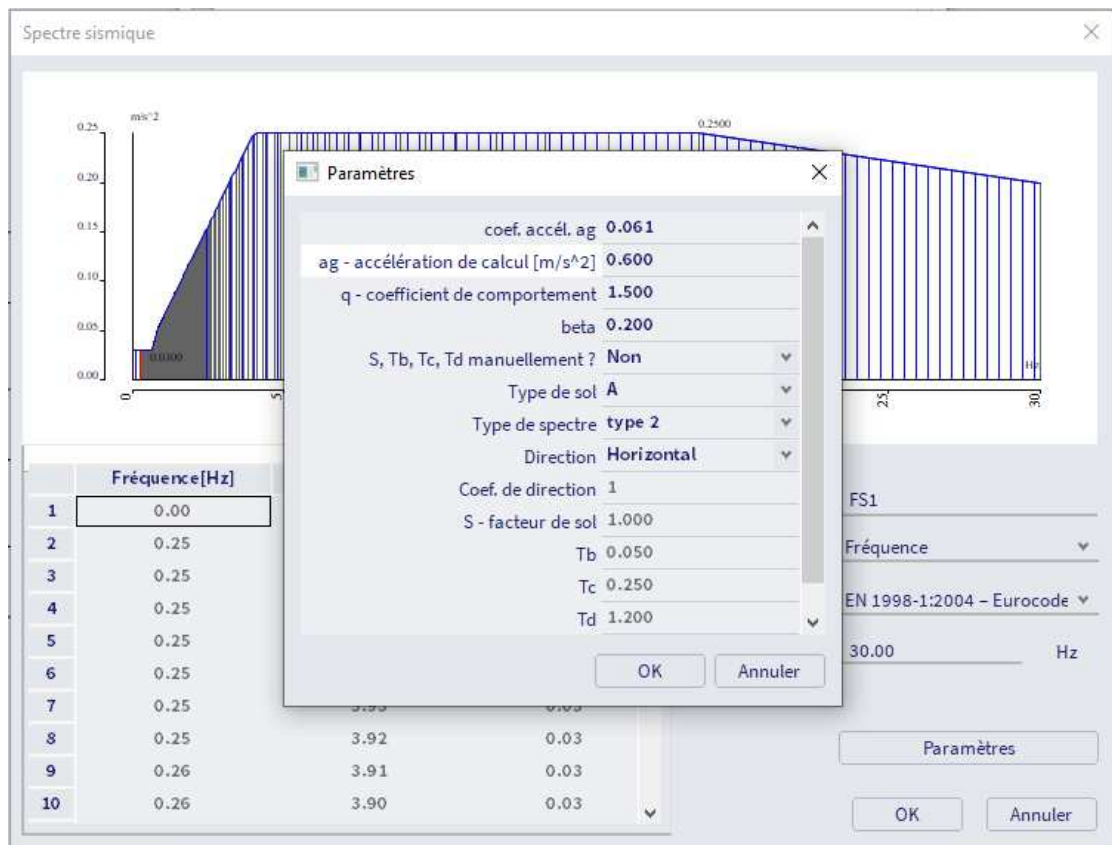




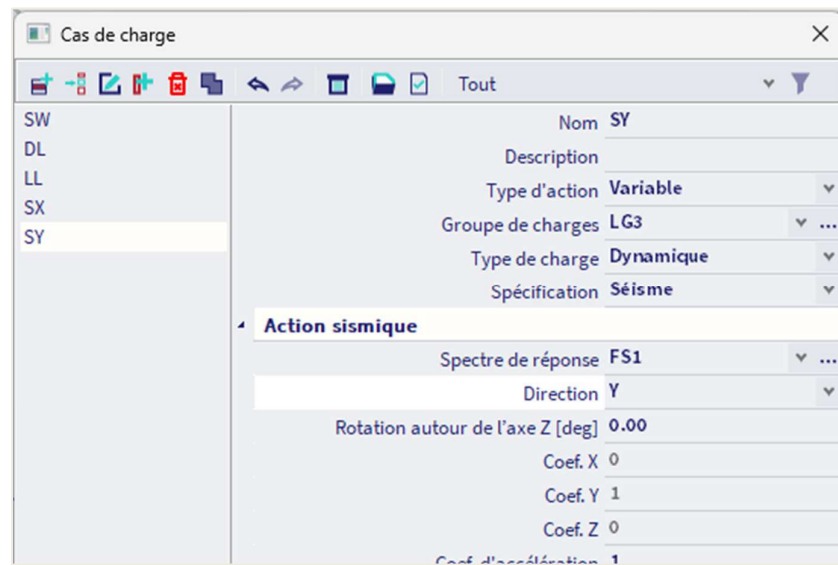
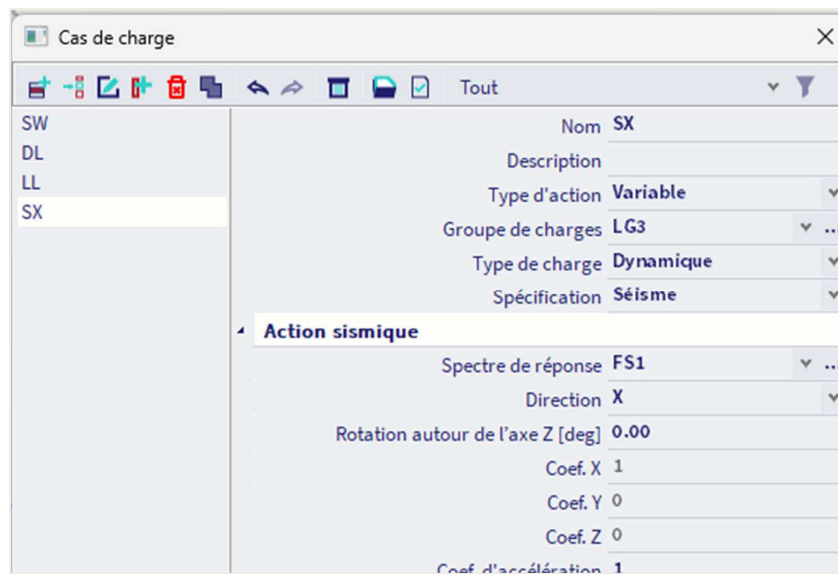
- Créez les **Groupes de masse**. Pour cet exemple nous allons considérer 3 groupes de masse liés à 3 cas de charges statiques prédéfinis : poids propre, charge permanente (DL) et charge d'exploitation (LL).
- Créez une **combinaison de groupes de masse**



- Définissez un **spectre sismique**. Considérons un spectre sismique avec les paramètres suivants :



- Créez les cas de charges sismique suivant les directions X et Y dans le **menu cas de charge** :



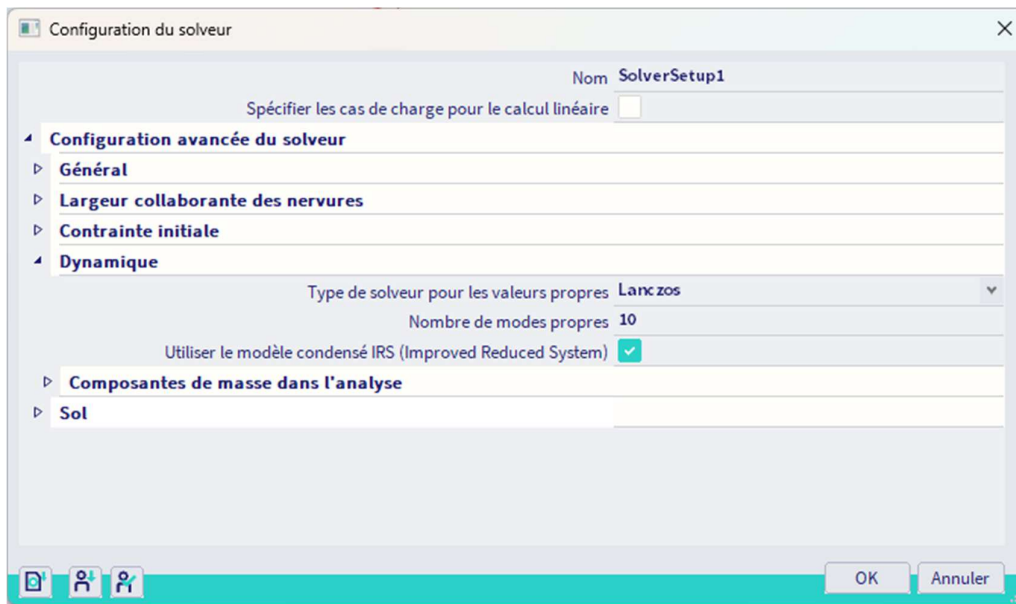
- Raffinez le maillage. Pour cet exemple, nous choisissons un maillage comme suit :



- Choisissez le nombre de fréquences propres qui doit être calculé (**Configuration du solveur**). Nous choisissons **10 valeurs**.

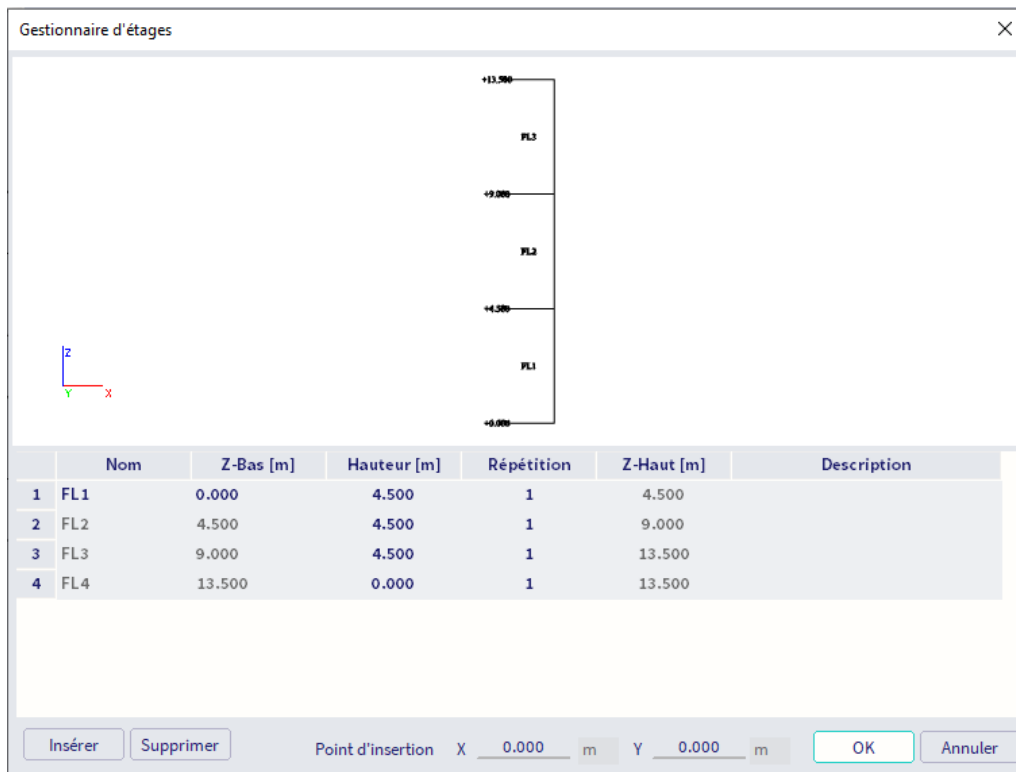
**Etape 2 : activation de l'option IRS**

Activez l'option 'Utiliser le modèle condensé' à partir de la **Configuration du solveur**.

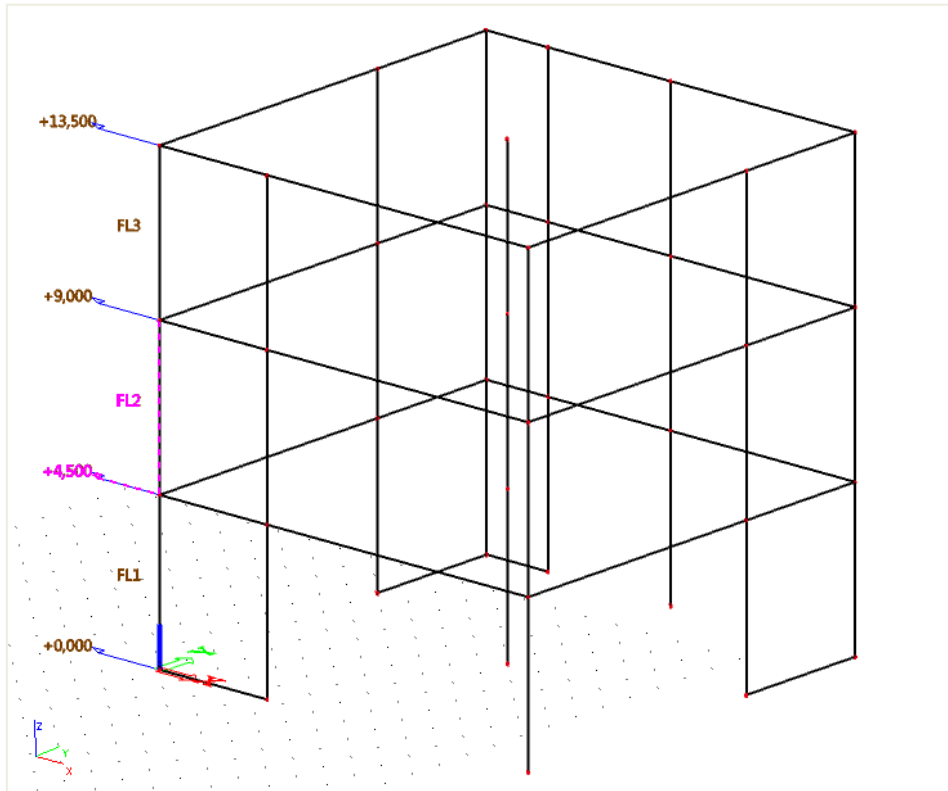


**Etape 3 : définition des étages**

Depuis le panneau de saisie, définissez les étages :



Les niveaux sont affichés graphiquement. Si vous sélectionnez un niveau d'étage, vous pouvez modifier les propriétés dans la fenêtre des Propriétés :



Vous pouvez vérifier si les éléments porteurs du bâtiment sont correctement attribués aux étages en utilisant la propriété « Définir l'attribution ».

Optionnellement, des nœuds de réduction peuvent être placés à n'importe quel niveau de chaque étage. La propriété d'étage « niveau du point de condensation » permet de sélectionner la hauteur exacte du point de condensation pour chaque étage séparément. 0 correspond au bas de l'étage, 1 au haut de l'étage.

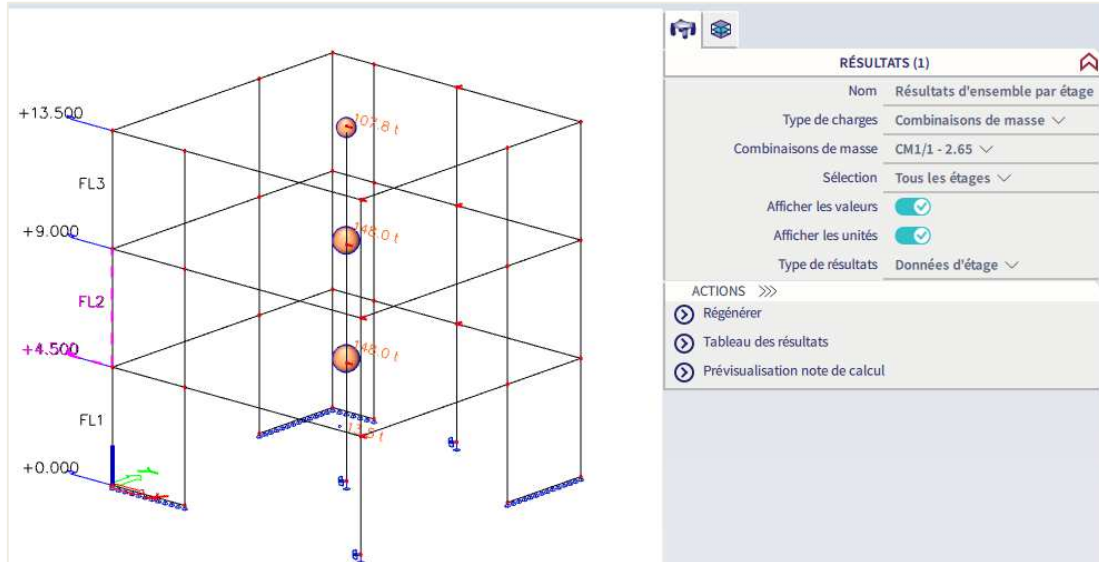
**Etape 4 : exécuter le calcul linéaire**

**Etape 5 : résultats d'ensemble par étage**

Il y a 3 types de résultats : Données d'étage, déplacements et accélérations.

- Données d'étage :

Les données d'étage permettent d'afficher pour chaque étage la valeur totale de la masse et les coordonnées du centre de masse. Ceci est seulement disponible avec les combinaisons de masse



**Données d'étage:**  
 Modes propres  
 Sélection: Tout  
 Combinaisons de masse : CM1/1 - 2.65

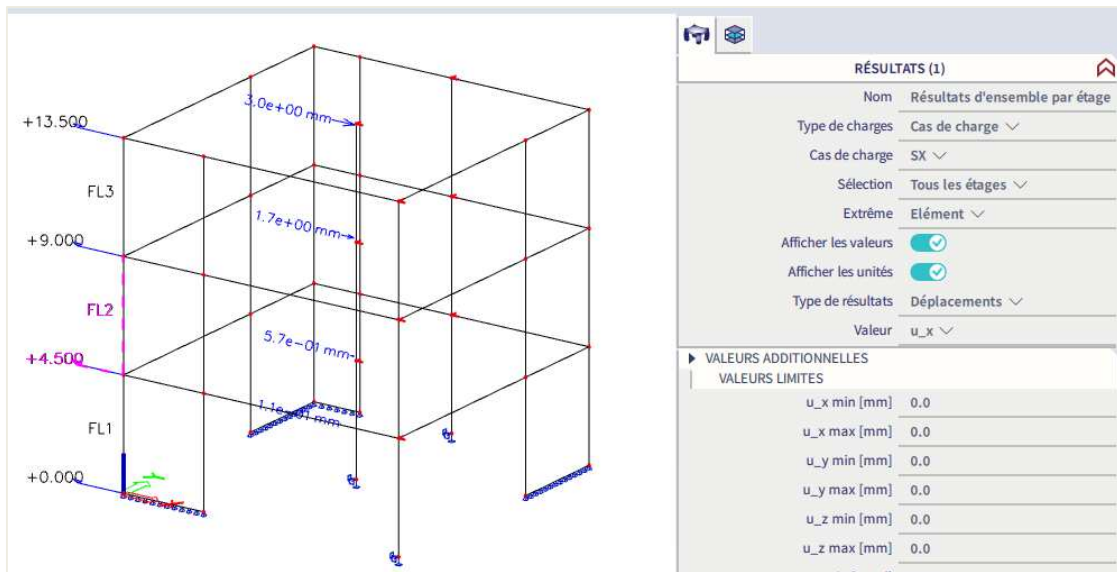
Nom	M [t]	XG [m]	YG [m]	ZG [m]
FL1	13.5	4.157	7.704	1.250
FL2	148.0	5.663	6.350	4.500
FL3	148.0	5.663	6.350	9.000
FL4	107.8	5.769	6.240	13.343

- Déplacements & accélérations :

Les déplacements & accélérations sont disponibles pour les modes propres et les cas de charge sismiques. Les valeurs de composantes de déplacement & accélération sont données au centre de masse de chaque étage.

Les résultats pour les combinaisons de masse sont des résultats purs, normalisés à partir de l'analyse modale, sans l'effet du spectre de réponse.

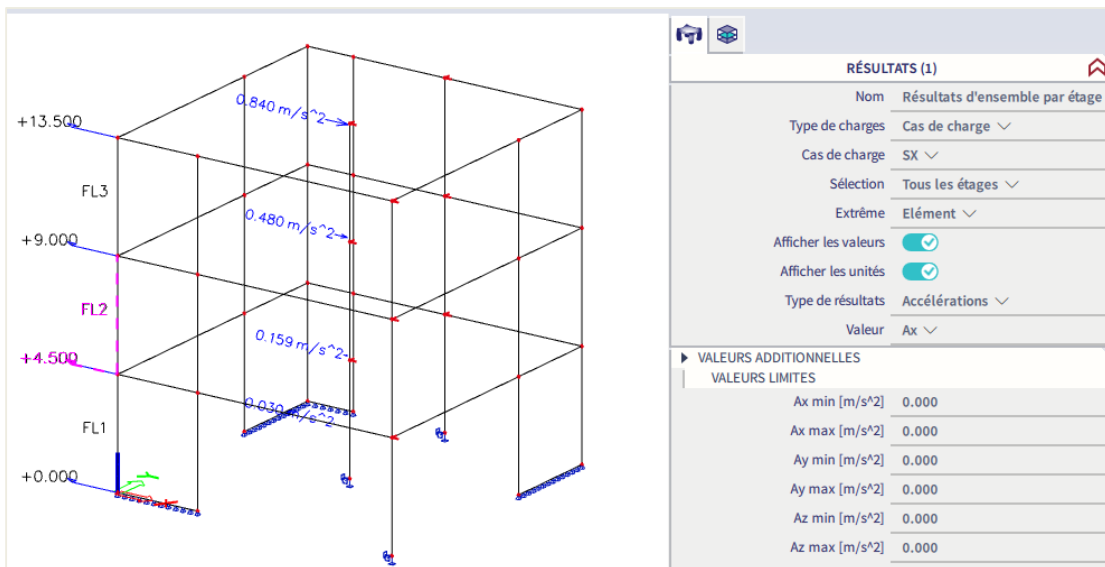
Les résultats pour les cas de charge sismique sont les valeurs après superposition modale.



**Etage Déplacements:**  
 Calcul linéaire, Extrême: Elément  
 Sélection: Tout  
 Cas de charge : SX

Nom	u <sub>x</sub> [ mm ]	u <sub>y</sub> [ mm ]	u <sub>z</sub> [ mm ]	Φ <sub>x</sub> [ mrad ]	Φ <sub>y</sub> [ mrad ]	Φ <sub>z</sub> [ mrad ]
FL1	1.1e-01	2.4e-02	6.2e-05	1.3e-03	2.4e-03	2.4e-03
FL2	5.7e-01	1.7e-01	5.2e-02	9.1e-03	4.8e-03	9.0e-03
FL3	1.7e+00	5.2e-01	7.1e-02	1.4e-02	6.8e-03	2.5e-02
FL4	3.0e+00	9.2e-01	9.1e-02	1.5e-02	7.2e-03	4.2e-02

En utilisant l'option 'Valeurs additionnelles' dans la fenêtre de propriétés, vous pouvez afficher plus de composants :



**Etape 6 : résultats détaillés par étage**

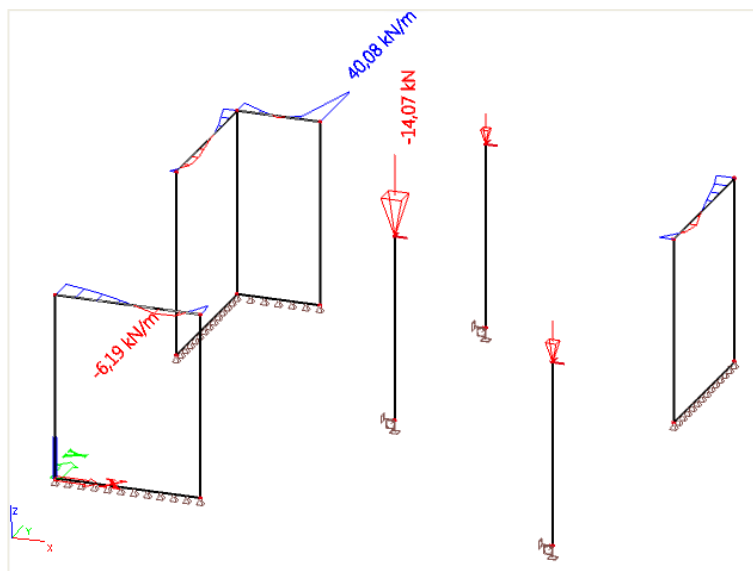
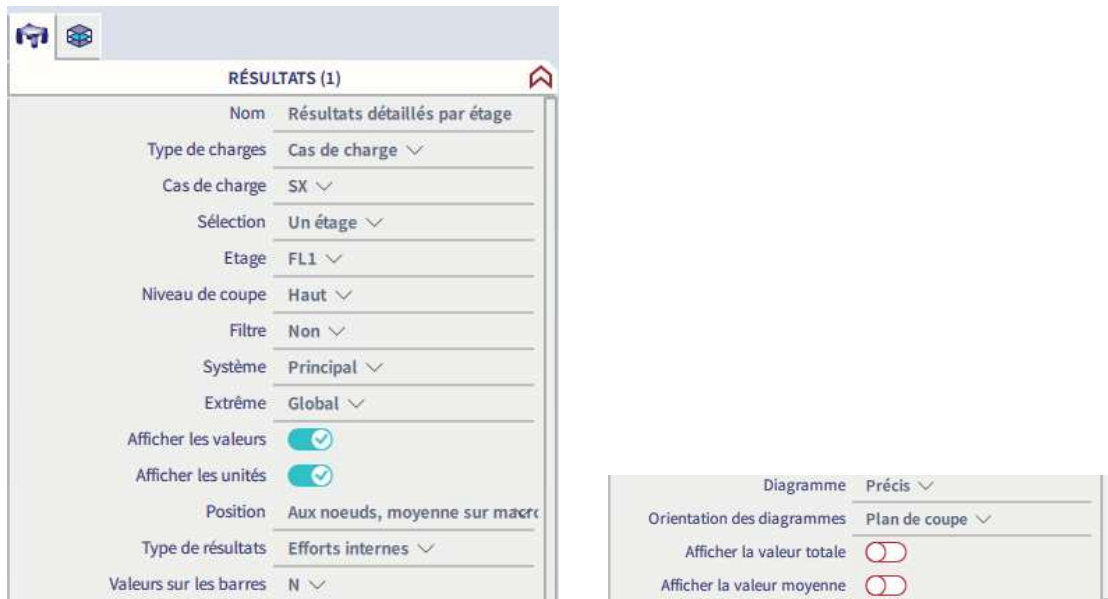
Les résultats qui sont fournis typiquement sont : les efforts internes, les résultantes par voile ou par étage...

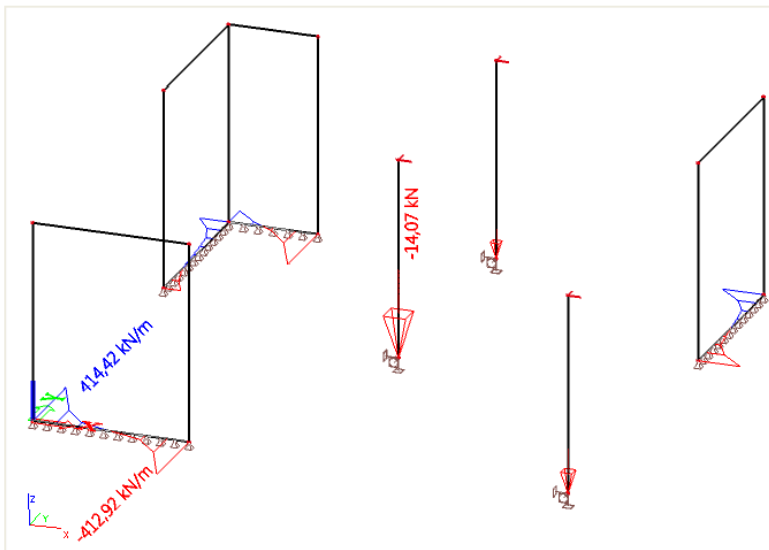
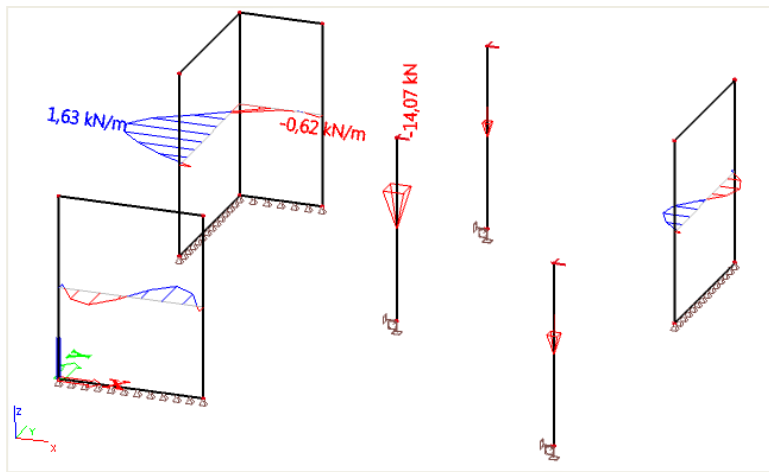
Deux types de résultats sont principalement disponibles dans le service :

- Efforts internes dans les éléments porteurs

Le résultat peut être affiché sur différents niveaux de coupe :

- o Haut (coupe en haut de chaque étage)
- o Milieu (coupe au milieu de chaque étage)
- o Bas (coupe en bas de chaque étage)
- o Personnalisé





Calcul linéaire, Extrême: Global, Système: Principal  
Sélection: FL1  
Cas de charge : SX

**Poteaux:**

Nom	Etage	x [m]	y [m]	z [m]	N [kN]	V <sub>y</sub> [kN]	V <sub>z</sub> [kN]	M <sub>x</sub> [kNm]	M <sub>y</sub> [kNm]	M <sub>z</sub> [kNm]
B22	FL1	6.000	6.000	4.500	<b>14.02</b>	<b>0.26</b>	<b>1.05</b>	<b>0.03</b>	<b>1.94</b>	<b>0.43</b>
B37	FL1	12.000	0.000	4.500	6.87	0.25	<b>0.56</b>	<b>0.04</b>	<b>0.54</b>	0.29
B40	FL1	6.000	12.000	4.500	<b>4.97</b>	<b>0.17</b>	1.02	0.04	1.75	<b>0.15</b>

**Murs:**

Nom	Etage	x [m]	y [m]	z [m]	n <sub>x</sub> [kN/m]	n <sub>y</sub> [kN/m]	n <sub>xy</sub> [kN/m]	m <sub>x</sub> [kNm/m]	m <sub>y</sub> [kNm/m]	m <sub>xy</sub> [kNm/m]	v <sub>x</sub> [kN/m]	v <sub>y</sub> [kN/m]
S4	FL1	12.000	10.000	4.500	0.64	<b>2.18</b>	28.02	0.08	0.43	0.05	0.19	0.30
S7	FL1	0.000	8.000	4.500	2.87	58.55	<b>1.94</b>	0.03	1.59	1.00	0.35	4.92
S15	FL1	1.500	0.000	4.500	3.74	45.62	52.97	<b>0.02</b>	0.11	0.22	0.48	0.08
S15	FL1	0.000	0.000	4.500	12.86	<b>323.53</b>	7.66	<b>0.48</b>	0.64	0.04	1.84	1.88
S15	FL1	2.000	0.000	4.500	0.92	46.64	<b>53.10</b>	0.03	<b>0.09</b>	0.26	0.50	0.14
S4	FL1	12.000	11.000	4.500	4.32	72.74	20.59	0.09	0.41	<b>0.02</b>	0.27	0.23
S7	FL1	0.000	8.500	4.500	3.04	45.38	3.22	0.05	0.14	0.66	<b>0.03</b>	1.58
S15	FL1	3.500	0.000	4.500	7.96	301.84	7.28	0.22	1.90	0.90	<b>2.20</b>	5.60
S7	FL1	0.000	10.500	4.500	<b>0.50</b>	64.10	10.38	0.07	0.53	0.37	0.10	<b>0.08</b>
S10	FL1	2.000	12.000	4.500	<b>32.69</b>	232.94	23.41	0.03	<b>3.54</b>	<b>1.61</b>	1.16	<b>11.18</b>

- Forces résultantes (par élément)

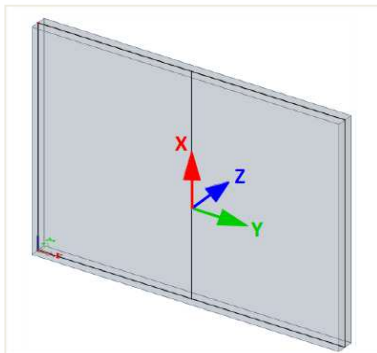


Position = par élément : calcule les forces résultantes pour chaque élément de voile séparément



Les efforts résultants des éléments 1D (poteaux) sont identiques aux efforts internes de ces mêmes éléments.

Les efforts résultants des éléments 2D (murs) calculent la résultante au centre de chaque mur, se conformant à un système de coordonnées locales dédié, quel que soit le paramétrage de sortie du système. Le système de coordonnées utilisé est identique au SCL d'une nervure verticale placée au milieu du mur. C'est également le même système de coordonnées que celui employé pour les bandes d'intégration.



L'axe local X est vertical, vers le haut.

L'axe Z local est identique à l'axe Z du SCL du mur.

$$Y = Z \wedge X$$

De cette manière, les forces résultantes des murs peuvent aisément être affichées ensemble, en cohérence avec les efforts internes des poteaux et sur un dessin unique.

- Forces résultantes (par étage)

Position = par étage : les forces résultantes sont calculées pour chaque étage en considérant tous les éléments porteurs en même temps; 1D (poteaux) et éléments 2D (murs) sont pris en compte **ensemble**.

**RÉSULTATS (1)**

Nom Résultats détaillés par étage

Type de charges Cas de charge ▾

Cas de charge SX ▾

Sélection Un étage ▾

Etage FL1 ▾

Niveau de coupe Bas ▾

Filtre Non ▾

Système SCG ▾

Extrême Global ▾

Afficher les valeurs

Afficher les unités

Position Aux noeuds, moyenne sur macro

Type de résultats Forces résultantes ▾

Groupement d'éléments par étage ▾

Valeur F\_x ▾

**Forces totales verticales à tous les étages :**

**RÉSULTATS (1)**

Nom Résultats détaillés par étage

Type de charges Cas de charge ▾

Cas de charge SW ▾

Sélection Tous les étages ▾

Niveau de coupe Milieu ▾

Filtre Non ▾

Système SCG ▾

Extrême Elément ▾

Afficher les valeurs

Afficher les unités

Position Aux noeuds, moyenne sur macro

Type de résultats Forces résultantes ▾

Groupement d'éléments par étage ▾

Valeur F\_z ▾

▶ VALEURS ADDITIONNELLES

VALEURS LIMITES

F\_x min [kN] 0.00

Calcul linéaire, Extrême: Elément, Système: SCG

Sélection: Tout

Cas de charge : SW

**Forces résultantes par étage**

Nom	Etage	x [m]	y [m]	z [m]	F <sub>x</sub> [kN]	F <sub>y</sub> [kN]	F <sub>z</sub> [kN]	M <sub>x</sub> [kNm]	M <sub>y</sub> [kNm]	M <sub>z</sub> [kNm]
FL1		4.507	7.549	2.250	0.41	0.92	-2938.11	3281.44	3163.39	5.34
FL2		4.507	7.549	6.750	-1.00	0.65	-1904.18	2187.60	2109.18	-0.53
FL3		4.507	7.549	11.250	-1.18	0.69	-870.00	1093.34	1054.57	-1.19

### 4.3. Excentricité accidentelle (torsion accidentelle)

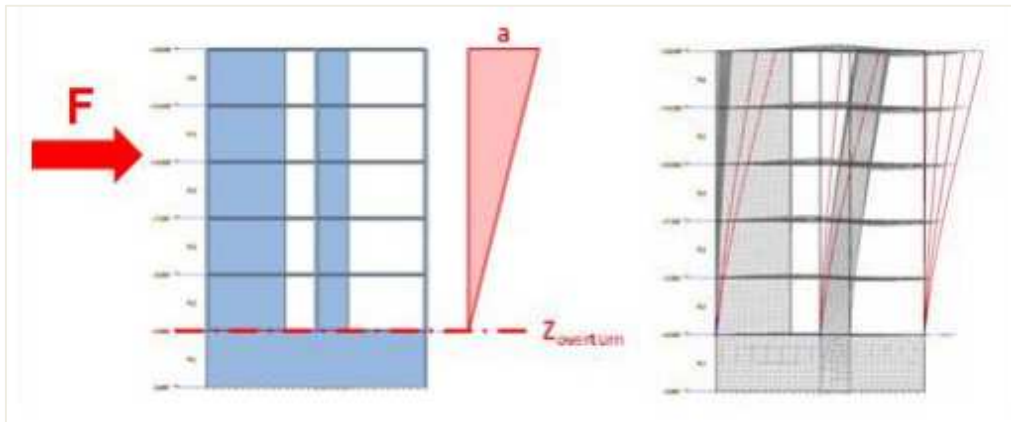
L'excentricité accidentelle prend en compte les imprécisions dans la distribution des masses dans la structure. Les normes de Conception la prennent en compte généralement en tant qu'excentricité additionnelle qui est définie comme une fraction de la taille de la structure.

Dans l'Eurocode 8, l'excentricité accidentelle pour un étage donné est définie comme 5% de la largeur de l'étage perpendiculairement à la direction de l'action sismique.

Dans SCIA Engineer, l'utilisation du modèle condensé IRS permet d'introduire facilement une excentricité accidentelle, puisque le modèle condensé utilise seulement un nœud de réduction par étage. L'excentricité accidentelle peut être prise en compte soit comme une excentricité réelle de masse ou comme une action de torsion additionnelle (méthode simplifiée selon les normes de conception).

SCIA Engineer utilise la méthode simplifiée en introduisant un moment de torsion additionnel.

L'excentricité accidentelle est ajoutée à travers un chargement statique (EN 1998-1 4.3.3.3)

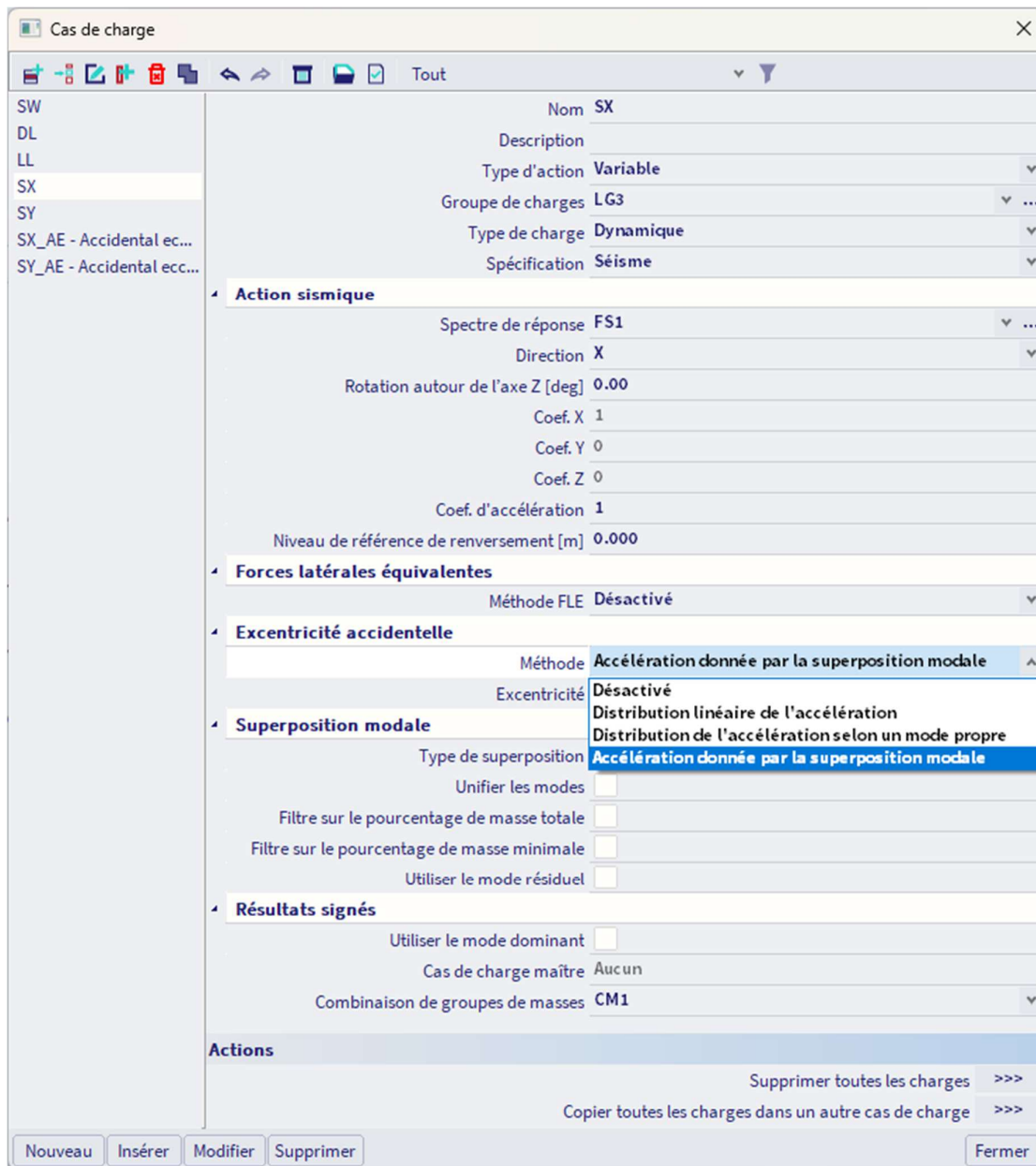


---

#### Exemple 04-2 :

Dans SCIA Engineer, la torsion accidentelle peut être prise en compte dans un projet sismique en utilisant la **méthode IRS**.

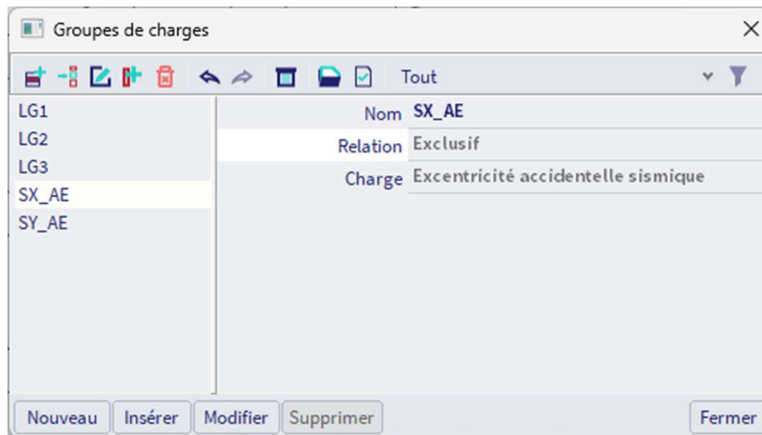
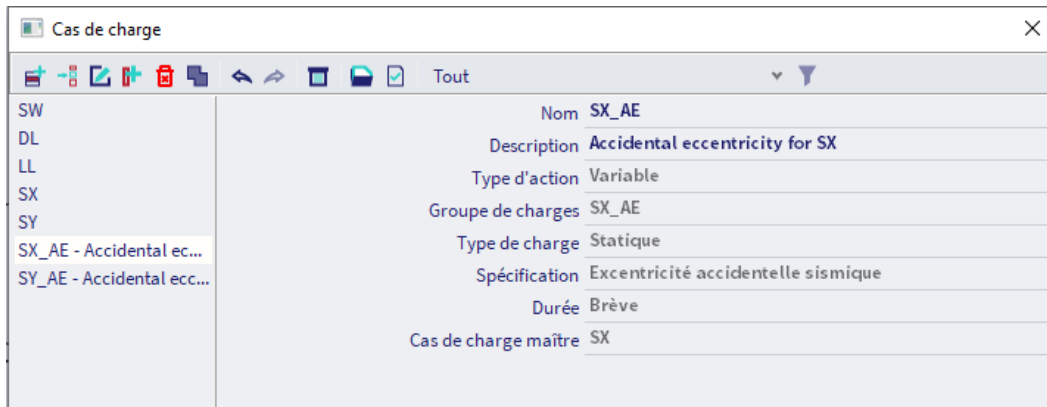
Ouvrez la fenêtre des « **Cas de charges** » et sélectionnez un type d'Excentricité accidentelle :



Les méthodes suivantes sont disponibles pour le calcul des moments de torsion :

- Distribution linéaire de l'accélération (EN 1998-1 4.3.3.3.3 et formule (4.11) )
- Distribution de l'accélération selon un mode propre (EN 1998-1 4.3.3.3.3 et formule (4.10) )
- Accélérations données par la superposition modale

Une fois que l'excentricité accidentelle est sélectionnée, un nouveau cas de charge AE et aussi un nouveau groupe de charge sont créés automatiquement :





## Chapitre 5: RÉFÉRENCES

- [1] Beards F., *Structural Vibration: Analysis and Damping*, Arnold, London, 1996.
- [2] H. Buchholdt, *Structural Dynamics for Engineers*, Thomas Telford Publications, 1997.
- [3] Chopra A., *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, New Jersey, 2001.
- [4] Eurocode 1: Basis of design and actions on structures, Part 2-4: Actions on structures - Wind actions, ENV 1991-2-4, 1995.
- [5] Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-9: Fatigue Strength of Steel Structures, ENV 1993-1-9: 2002.
- [6] Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance, Part 1-1: General rules, seismic actions and rules for buildings, ENV 1998-1-1, 1994.
- [7] Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance, Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings, EN 1998-1, 2004.
- [8] Eurocode 8: Design provisions for earthquake resistance of structures, Part 6: Towers, masts and chimneys, Annex B, ENV 1998-6, 2003.
- [9] Eurocode 8: National Application Document for Belgium, NBN-ENV 1998-1-1, 2002 NAD.
- [10] Murray M., Allen D., Ungar E., *Floor Vibrations due to Human Activity*, AISC, 2003.
- [11] Leijendekkers P.P.H., Fortuin J.B., Van Herwijnen F., Leegwater H., *Polytechnisch zakboekje (Polytechnic pocket notebook)*, 48e druk, Koninklijke PBNA, 1998 (in Dutch).
- [12] Ghali A., Neville A.M., *Structural Analysis: A unified classical and matrix approach*, Chapman and Hall, London, 1990.
- [13] EPFL-ENAC-SGC, *Génie Parasismique, Quotient de Rayleigh (Rayleigh Quotient)*, Suisse, 2004 (in French).
- [14] Xiang Y., Wei G.W., *Exact Solutions for Vibration of Multi-span Rectangular Mindlin Plates*, *Journal of Vibration and Acoustics* Vol.125, ASME, 2002.
- [15] Whalen T.M., *Course CE573: Structural Dynamics, Problem 3.10*, Purdue University, Indiana, 2004.
- [16] SCIA Group NV, *ESA-Prima Win: Dynamics – Theoretical Background*, Herk-de-Stad, 2002.
- [17] U.S. Army Corps of Engineers, *Engineering and Design - Seismic Design Provisions for Roller Compacted Concrete Dams*, EP 1110-2-12, 1995.
- [18] Wilson E., *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*, CSI, Berkley, 2002.
- [19] ASCE4-98, *Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary*, 2000.
- [20] Chowdhury I., Dasgupta S., *Computation of Rayleigh Damping Coefficients for Large Systems*, EJGE, 2003.
- [21] NF P 06-013, PS92: *Les Règles de la construction Parasismique (Rules for Seismic Structures)*, 1995 (in French).
- [22] Vandepitte D., *Berekening van Constructies (Calculation of Structures)*, Story-Scientia, Gent, 1979 (in Dutch). [www.berekeningvanconstructies.be](http://www.berekeningvanconstructies.be)

[23] Transvik P., Alpsten G., Dynamic Behaviour under Wind Loading of a 90m Steel Chimney, Report S-01041, 2002.

[24] Czech Standard CSN 73 0035: Actions on Structures, 1986 (in Czech).

[25] Vandewalle J., Cools R., Lineaire Algebra en Analytische Meetkunde (Linear Algebra and Analytical Geometry), Garant, Leuven, 1998 (in Dutch).

[26] Toratti T., Seismic Design of Timber Structures, Tekes, 2001.

[27] Billah Y., Scanlan R., Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and undergraduate physics textbooks, Am. J. Phys. 59 (2), American Association of Physics Teachers, 1991.

[28] Lee I., AE514: Finite Element Methods in Structural Dynamics, Aero elasticity and Structural Dynamics Lab., Dept. of Aerospace Engineering, Kaist, 2001.

[29] Vladimír T., Reinhard M., Local magnitude, surface wave magnitude and seismic energy, Studia Geophysica et Geodaetica, 1991.

[30] Nederlands Normalisatie-instituut, Beoordeling van de constructieve veiligheid van een gebouw bij nieuwbouw, verbouw en afkeuren – Grondslagen voor aardbevingbelastingen: geïnduceerde grondslagen.



## Chapitre 6: ANNEXE A : MAGNITUDE SISMIQUE

Pour évaluer la magnitude des séismes, une échelle décrivant l'énergie libérée lors d'un tremblement de terre a été développée par Richter dans les années 1930. Cette échelle, appelée échelle de Richter, est la plus utilisée aujourd'hui pour décrire les tremblements de terre [26].

La magnitude d'un tremblement de terre sur l'échelle de Richter est déterminée par l'amplitude maximale du sismographe de Wood-Anderson, où  $M = \log(a)$ , et  $a$  est l'amplitude maximale [ $\mu\text{m}$ ] à une distance de 100 km de l'épicentre.

L'action sismique sur les bâtiments ne peut pas être décrite par la magnitude de l'échelle de Richter et celle-ci ne peut pas être utilisée dans la conception. Cependant, en 1970, Housner a développé des relations empiriques entre la magnitude, la durée et l'accélération maximale du sol à utiliser dans la conception :

Magnitude sur l'échelle de Richter	Accélération du sol (% g)	Durée (s)
5,0	9	2
5,5	15	6
6,0	22	12
6,5	29	18
7,0	37	24
7,5	45	30
8,0	50	34
8,5	50	37



## Chapitre 7: ANNEXE B : VALEURS DE L'AMORTISSEMENT

Dans cette annexe, quelques valeurs numériques pour l'amortissement sont données.

### 7.1. EC8 – Partie 6

L'EC8 partie 6 (ENV 1998-6 :2003 Annexe B) propose les valeurs suivantes pour le ratio d'amortissement :

Matériau	Ratio d'amortissement $\xi$
Eléments en métal	1% - 4%
Eléments en béton	2% - 7%
Revêtement en céramique	1,5% - 5%
Revêtement en brique	3% - 10%

### 7.2. EC1 – Partie 2-4

D'autres valeurs d'amortissement sont suggérées par l'EC1 – partie 2-4 (ENV 1991-2-4 : 1995 Annexe C). Le décrément logarithmique fondamental  $d$  est donné par :

$$d = d_s + d_a + d_d$$

Avec :

- $d_s$  : amortissement structurel fondamental
- $d_a$  : amortissement aérodynamique fondamental
- $d_d$  : amortissement fondamental lié aux appareils spéciaux

L'amortissement structurel est donné par :

$$d_s = a_1 \cdot \eta_1 + b_1$$

$$d_s \geq \delta_{\min}$$

Avec :

- $\eta_1$  : fréquence fondamental de flexion.
- $a_1, b_1, \delta_{\min}$  : paramètres donnés dans le tableau suivant pour différents types de structure.

Type de structure		$a_1$	$b_1$	$\delta_{min}$
Immeubles en béton armé		0,045	0,030	0,080
Immeubles en structure métallique		0,045	0	0,050
Structures mixtes : béton + acier		0,080	0	0,080
Tours en béton armé		0,050	0	0,025
Tours en treillis métalliques		0	0,030	0
Cheminées en béton armé		0,075	0	0,030
Câble métallique précontraint		0	0,010	0
Pile en acier soudé sans revêtement		0	0,015	0
Pile en acier avec un revêtement ou une isolation thermique		0	0,025	0
Pile d'acier avec deux ou davantage de revêtements		0	0,030	0
Acier avec revêtement en briques		0	0,070	0
Piles couplées sans revêtement		0	0,015	0
Pile en acier haubanée sans revêtement		0	0,040	0
Ponts métalliques	Soudés	0	0,020	0
	Boulons à haute résistance	0	0,030	0
	Boulons ordinaires	0	0,050	0
Ponts béton	Précontraint sans fissures	0	0,040	0
	Avec fissures	0	0,100	0
Ponts à câbles	Câbles parallèles	0	0,006	0
	Câbles en spirale	0	0,020	0

Par exemple, pour un immeuble en métal avec une première fréquence de 3Hz, le décrétement logarithmique est de :

$$0,045 \cdot 3 + 0 = 0,135 (> 0,05)$$

### 7.3. Référence [22]

D'autres valeurs pour le décrétement logarithmique sont proposées par la référence [22] :

Matériau	Décrétement logarithmique
Métal (soudé)	0,025
Béton armé ou précontraint	0,056
Brique	0,25
Bois	0,13

Dans cette référence, on trouve également des formules préliminaires pour l'amortissement aérodynamique et l'amortissement causé par les fondations.

## Chapitre 8: ANNEXE C : CALCUL MANUEL D'UNE ANALYSE SPECTRALE

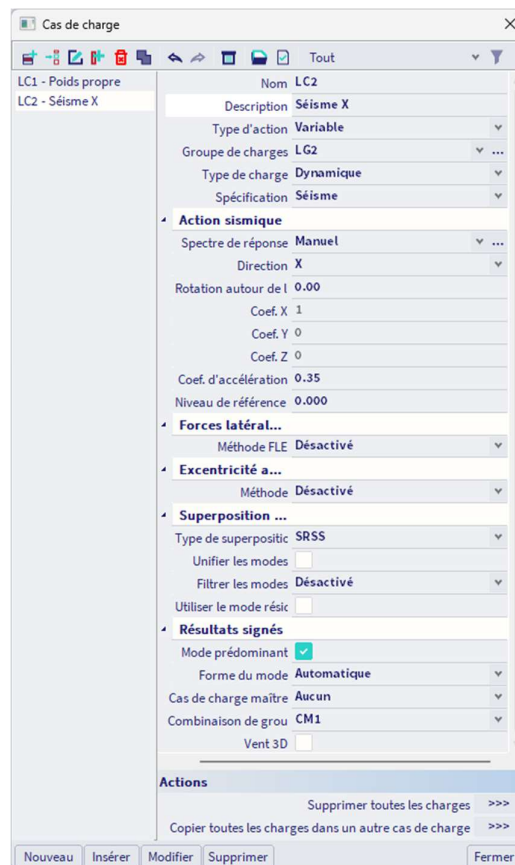
### 8.1. Analyse spectrale de l'exemple 3-2 (exemple C-1)

Dans ce paragraphe, les résultats sismiques de SCIA Engineer sont calculés manuellement pour donner une compréhension claire des formules appliquées. Toutes les formules peuvent se trouver dans le paragraphe « Protocole de calcul » de ce chapitre.

Le projet de référence n'est pas tout à fait le même que celui de l'exemple 3-2. Les différences sont présentées avant de commencer le calcul manuel.

#### 8.1.1 Cas de charges sismiques

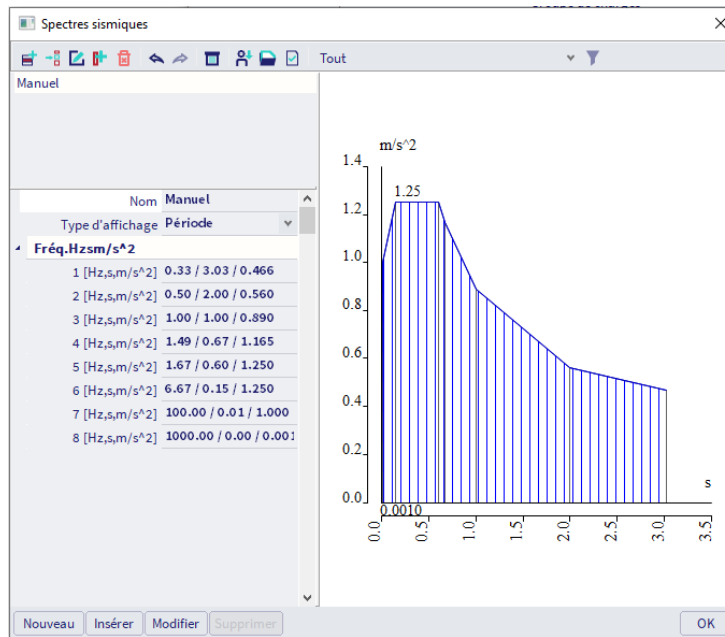
Les propriétés qui ont été utilisées dans le cas de charges sismiques peuvent être visualisées ci-dessous :



Un coefficient d'accélération différent a été utilisé, cela réduit les accélérations donnés dans le spectre.

#### 8.1.2 Spectre

Un spectre manuel a été utilisé :



### 8.1.3 Configurations du maillage et du solveur

Ci-dessous la configuration du maillage EF :



Ci-dessous la configuration du solveur : on néglige les déformations d'effort tranchant :



## 8.2. Calcul manuel de l'exemple 3-2 (exemple C-1)

### 8.2.1 Vérification des facteurs de participation modaux

Tout d'abord, les facteurs de participation modaux du protocole de calcul de fréquence propre sont vérifiés.

Comme montré dans les Déformations des Nœuds, les formes modales normalisées pour les deux modes étaient les suivantes :

Déplacement des noeuds			
Les formes modales sont normalisées de telle façon que			
Combinaison masse: CM1/1 - 0.53			
Extrême: Noeud			
Sélection: Tout			
Nom	Cas	U <sub>x</sub> [ mm ]	U <sub>z</sub> [ mm ]
N1	CM1/1 - 0.53	0.0	0.0
N2	CM1/1 - 0.53	6.1	0.0
N3	CM1/1 - 0.53	20.8	0.0
N4	CM1/1 - 0.53	39.1	0.0

Déplacement des noeuds			
Les formes modales sont normalisées de telle façon que			
Combinaison masse: CM1/2 - 3.43			
Extrême: Noeud			
Sélection: Tout			
Nom	Cas	U <sub>x</sub> [ mm ]	U <sub>z</sub> [ mm ]
N1	CM1/2 - 3.43	0.0	0.0
N2	CM1/2 - 3.43	25.7	0.0
N3	CM1/2 - 3.43	30.5	0.0
N4	CM1/2 - 3.43	-20.2	0.0

$$\{\varphi_1\} = \begin{pmatrix} 0,039111 \\ 0,020803 \\ 0,006128 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \{\varphi_2\} = \begin{pmatrix} -0,020233 \\ 0,030451 \\ 0,025755 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Facteur de participation :

$$\gamma_{k,(j)} = \{\phi_k\}^T * \{m\}$$

$$\gamma_{x,(1)} = 0,039111 * 500 + 0,020803 * 500 + 0,006128 * 500 = 33,021$$

$$\gamma_{x,(2)} = -0,020233 * 500 + 0,030451 * 500 + 0,025755 * 500 = 17,984$$

Masse effective :

$$M_{k,ef,(j)} = \gamma_{k,(j)}^2$$

$$M_{x,ef,(1)} = (33,021)^2 = 1090,39$$

$$M_{x,ef,(2)} = (17,984)^2 = 323,42$$

Ratio de masse participante :

$$L_{k,(j)} = \frac{M_{k,ef,(j)}}{M_{k,tot}}$$

$$L_{x,(1)} = \frac{1090,39}{500 + 500 + 500} = 0,7269$$

$$L_{k,(j)} = \frac{323,42}{500 + 500 + 500} = 0,2156$$

Ces résultats correspondent aux résultats obtenus pas SCIA Engineer. Ils peuvent être visualisés dans le « Protocole de calcul (Fréquences Propres) » :

**Masses modales relatives**

Mode	mega [rad/s]	Période [s]	Fréq. [Hz]	W <sub>x</sub> /W <sub>stat</sub>	W <sub>y</sub> /W <sub>stat</sub>	W <sub>z</sub> /W <sub>stat</sub>	N <sub>x,R</sub> /W <sub>stat,R</sub>	N <sub>y,R</sub> /W <sub>stat,R</sub>	N <sub>z,R</sub> /W <sub>stat,R</sub>
1	3.30085	1.90	0.53	0.7269	0.0000	0.0000	0.0000	0.2720	0.0000
2	21.5274	0.29	3.43	0.2157	0.0000	0.0000	0.0000	0.5286	0.0000
				0.9426	0.0000	0.0000	0.0000	0.8006	0.0000

### 8.2.2 Détail du calcul sismique

Aussi, le détail du calcul sismique peut être vérifié dans le « Protocole de calcul » pour le « Calcul Linéaire » :

Mode	Fréq. [Hz]	Amort. relatif	Coef.amort.	W <sub>i</sub> /W <sub>tot</sub> [-]	S <sub>ax</sub> [m/s <sup>2</sup> ]	S <sub>ay</sub> [m/s <sup>2</sup> ]	S <sub>az</sub> [m/s <sup>2</sup> ]	G(j) [-]	F <sub>x</sub> [kN]	F <sub>y</sub> [kN]	M <sub>x</sub> [kNm]	M <sub>y</sub> [kNm]
1	0.53	0.05	1	0.73	0.202	0.000	0.000	0.61	0.22	0.00	0.00	-2.20
2	3.43	0.05	1	0.22	0.438	0.000	0.000	0.02	0.14	0.00	0.00	-0.41
Niveau=	0.00			0.94					0.26	0.00	0.00	2.24

L'accélération du spectre S<sub>ax</sub> pour les deux modes est calculée en utilisant le spectre sismique. Le spectre pour un sol de type B avec un coefficient de comportement q = 2 donne les valeurs suivantes pour S<sub>d</sub>(T)/α :

	Fréquence[Hz]	Période[s]	Accélération[m/s <sup>2</sup> ]
1	0.33	3.03	0.47
2	0.50	2.00	0.56
3	1.00	1.00	0.89
4	1.49	0.67	1.17
5	1.67	0.60	1.25
6	6.67	0.15	1.25
7	100.00	0.01	1.00
8	1000.00	0.00	0.00
*	0.00	0.00	0.00

Le premier mode a une période T<sub>1</sub> de 1,9036s => S<sub>d</sub>(T<sub>1</sub>)/α = 0,5918m/s<sup>2</sup>  
 Le deuxième mode a une période T<sub>2</sub> de 0,2920s => S<sub>d</sub>(T<sub>2</sub>)/α = 1,25m/s<sup>2</sup>

Dans cet exemple, le coefficient d'accélération α est de 0,35  
 => S<sub>ax,(1)</sub> = 0,5918m/s<sup>2</sup> \* 0,35 = 0,2071m/s<sup>2</sup>  
 => S<sub>ax,(2)</sub> = 1,25m/s<sup>2</sup> \* 0,35 = 0,4375m/s<sup>2</sup>

Ces résultats correspondent aux résultats obtenus par SCIA Engineer. Le petit écart vient du fait que SCIA Engineer utilise davantage de décimales. Dans les analyses suivantes, les accélérations spectrales de SCIA Engineer sont utilisées.

Coefficient de mode :

$$G_{k,(j)} = \frac{S_{a,k,(j)} * \gamma_{k,(j)}}{\omega_{(j)}^2}$$

$$G_{x,(1)} = \frac{0,2019 * 33,021}{(3,3007)^2} = 0,6119$$

$$G_{x,(2)} = \frac{0,4380 * 17,984}{(21,5192)^2} = 0,0170$$



Ces résultats correspondent aux résultats obtenus par SCIA Engineer.

Les résultats nécessaires intermédiaires sont calculés donc la réponse de chaque mode peut être obtenue. Tout d'abord, pour chaque mode, l'effort latéral dans chaque nœud peut être calculé. Ces efforts latéraux peuvent ensuite être utilisés pour calculer l'effort tranchant à la base et le moment de renversement.

Mode 1 :

Effort latéral au nœud i :

$$F_{i,k(j)} = m_{i,k(j)} * S_{a,k(j)} * \gamma_{k(j)} * \phi_{i,k(j)}$$

$$F_{4,x(1)} = 500\text{kg} * \frac{0,2019\text{m}}{\text{s}^2} * 33,021 * 0,039111 = 130,38\text{N}$$

$$F_{3,x(1)} = 500\text{kg} * \frac{0,2019\text{m}}{\text{s}^2} * 33,021 * 0,020803 = 69,35\text{N}$$

$$F_{2,x(1)} = 500\text{kg} * \frac{0,2019\text{m}}{\text{s}^2} * 33,021 * 0,006128 = 20,43\text{N}$$

$$F_{1,x(1)} = 0\text{N}$$

Effort tranchant à la base :

$$F_{k(j)} = \sum_i F_{i,k(j)}$$

$$F_{x(1)} = 130,38\text{N} + 69,35\text{N} + 20,43\text{N} = 220,129\text{N} = 0,2201\text{kN}$$

Moment de renversement au nœud i :

$$M_{i,k(j)} = F_{i,k(j)} * z_i$$

$$M_{4,y(1)} = -130,38\text{N} * 12\text{m} = -1564,50\text{Nm}$$

$$M_{3,y(1)} = -69,35\text{N} * 8\text{m} = -554,77\text{Nm}$$

$$M_{2,y(1)} = -20,43\text{N} * 4\text{m} = -81,71\text{Nm}$$

$$M_{1,y(1)} = 0\text{N.m}$$

Moment de renversement :

$$M_{k(j)} = \sum_i M_{i,k(j)}$$

$$M_{y(1)} = -1564,50\text{Nm} - 554,77\text{Nm} - 81,71\text{Nm} = -2200,89\text{Nm} = -2,2009\text{kNm}$$

**Remarque :**

*Dans ce mode, les efforts horizontaux dans les nœuds sont orientés dans la même direction. Les charges horizontales dans les nœuds sont dans ce cas orientées dans la direction X négative, donc l'effort tranchant à la base est orienté dans la direction X positive. Les efforts horizontaux dans les nœuds produisent donc un moment de renversement négatif autour de l'axe Y. Un exemple de ce principe est présenté en référence [26].*

*Toutefois, comme mentionné dans les précédents chapitres, les signes n'ont aucune importance absolue puisque les amplitudes de vibration se produisent toujours des deux côtés de la position d'équilibre.*

Mode 2 :

Effort latéral au nœud i :

$$F_{i,k(j)} = m_{i,k(j)} * S_{a,k(j)} * \gamma_{k(j)} * \phi_{i,k(j)}$$

$$F_{4,x,(2)} = 500\text{kg} * \frac{0,4380\text{m}}{\text{s}^2} * 17,984 * -0,020233 = -79,69\text{N}$$

$$F_{3,x,(2)} = 500\text{kg} * \frac{0,4380\text{m}}{\text{s}^2} * 17,984 * 0,030451 = 119,93\text{N}$$

$$F_{2,x,(2)} = 500\text{kg} * \frac{0,4380\text{m}}{\text{s}^2} * 17,984 * 0,025755 = 101,44\text{N}$$

$$F_{1,x,(2)} = 0\text{N}$$

Effort tranchant à la base :

$$F_{k,(j)} = \sum_i F_{i,k,(j)}$$

$$F_{x,(2)} = -79,69\text{N} + 119,93\text{N} + 101,44\text{N} = 141,68\text{N} = 0,1417\text{kN}$$

Moment de renversement au nœud i :

$$M_{i,k,(j)} = F_{i,k,(j)} * z_i$$

$$M_{4,y,(2)} = -79,69\text{N} * 12\text{m} = -956,25\text{Nm}$$

$$M_{3,y,(2)} = -119,93\text{N} * 8\text{m} = -959,45\text{Nm}$$

$$M_{2,y,(2)} = -101,44\text{N} * 4\text{m} = -405,74\text{Nm}$$

$$M_{1,y,(2)} = 0\text{N.m}$$

Moment de renversement :

$$M_{k,(j)} = \sum_i M_{i,k,(j)}$$

$$M_{y,(2)} = 956,25\text{Nm} - 959,45\text{Nm} - 405,74\text{Nm} = -408,94\text{Nm} = -0,4089\text{kNm}$$

Pour obtenir la réponse globale, les réponses modales doivent être combinées. Dans cet exemple, la méthode SRSS a été utilisée :

$$F_x = \sqrt{(F_{x,(1)})^2 + (F_{x,(2)})^2} = \sqrt{(0,2201\text{kN})^2 + (0,1417\text{kN})^2} = 0,2618\text{kN}$$

$$M_y = \sqrt{(M_{y,(1)})^2 + (M_{y,(2)})^2} = \sqrt{(-2,2009\text{kNm})^2 + (-0,4089\text{kNm})^2} = 2,238\text{kNm}$$

Ces résultats correspondent exactement aux résultats obtenus sur SCIA Engineer. Affichons-les ci-dessous à nouveau :

Mode	Fréq. [Hz]	Amort. relatif	Coef.amort.	Wi/Wtot [-]	Sax [m/s <sup>2</sup> ]	Say [m/s <sup>2</sup> ]	Saz [m/s <sup>2</sup> ]	G(j) [-]	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.53	0.05	1	0.73	0.202	0.000	0.000	0.61	0.22	0.00	0.00	-2.20
2	3.43	0.05	1	0.22	0.438	0.000	0.000	0.02	0.14	0.00	0.00	-0.41
Niveau=	0.00			0.94					0.26	0.00	0.00	2.24

Comme spécifié dans la théorie, ces mêmes principes peuvent maintenant être utilisés pour calculer les déplacements et accélérations de chaque mode. Ces réponses modales peuvent ensuite être combinées à nouveau pour obtenir les déplacements et accélérations globaux de la structure.

Mode 1 :

Déplacement au nœud i :

$$u_{i,k(j)} = G_{k(j)} \cdot \Phi_{i,k(j)}$$

$$u_{4,x,(1)} = 0,6119 * 0,039111 = 0,02393\text{m} = 23,93\text{mm}$$

$$u_{3,x,(1)} = 0,6119 * 0,020803 = 0,01273\text{m} = 12,73\text{mm}$$

$$u_{2,x,(1)} = 0,6119 * 0,006128 = 0,00375\text{m} = 3,75\text{mm}$$

$$u_{1,x,(1)} = 0\text{mm}$$

Accélération au nœud i :

$$\ddot{u}_{i,k(j)} = \omega_{(j)}^2 \cdot G_{k(j)} \cdot \Phi_{i,k(j)}$$

$$a_{4,x,(1)} = 3,3007^2 * 0,6119 * 0,039111 = 0,26073\text{m/s}^2 = 260,73\text{mm/s}^2$$

$$a_{3,x,(1)} = 3,3007^2 * 0,6119 * 0,020803 = 0,13868\text{m/s}^2 = 138,68\text{mm/s}^2$$

$$a_{2,x,(1)} = 3,3007^2 * 0,6119 * 0,006128 = 0,04085\text{m/s}^2 = 40,85\text{mm/s}^2$$

$$a_{1,x,(1)} = 0\text{mm/s}^2$$

Mode 2 :

Déplacement au nœud i :

$$u_{i,k(j)} = G_{k(j)} \cdot \Phi_{i,k(j)}$$

$$u_{4,x,(2)} = 0,0170 * (-0,020233) = -0,00034\text{m} = -0,34\text{mm}$$

$$u_{3,x,(2)} = 0,0170 * 0,030451 = 0,00052\text{m} = 0,52\text{mm}$$

$$u_{2,x,(2)} = 0,0170 * 0,025755 = 0,00044\text{m} = 0,44\text{mm}$$

$$u_{1,x,(2)} = 0\text{mm}$$

Accélération au nœud i :

$$\ddot{u}_{i,k(j)} = \omega_{(j)}^2 \cdot G_{k(j)} \cdot \Phi_{i,k(j)}$$

$$a_{4,x,(2)} = 21,5192^2 * 0,0170 * (-0,020233) = -0,15928\text{m/s}^2 = -159,28\text{mm/s}^2$$

$$a_{3,x,(2)} = 21,5192^2 * 0,0170 * 0,030451 = 0,23972\text{m/s}^2 = 239,72\text{mm/s}^2$$

$$a_{2,x,(2)} = 21,5192^2 * 0,0170 * 0,025755 = 0,20275\text{m/s}^2 = 202,75\text{mm/s}^2$$

$$a_{1,x,(2)} = 0\text{mm/s}^2$$

Pour obtenir la réponse globale, les réponses modales doivent être combinées. Dans cet exemple, la méthode SRSS a été utilisée.

Déplacements :

$$u_{4,x} = \sqrt{(u_{4,x,(1)})^2 + (u_{4,x,(2)})^2} = \sqrt{(23,93)^2 + (-0,34)^2} = 23,93\text{mm}$$

$$u_{3,x} = \sqrt{(u_{3,x,(1)})^2 + (u_{3,x,(2)})^2} = \sqrt{(12,73)^2 + (0,52)^2} = 12,74\text{mm}$$

$$u_{2,x} = \sqrt{(u_{2,x,(1)})^2 + (u_{2,x,(2)})^2} = \sqrt{(3,75)^2 + (0,44)^2} = 3,78\text{mm}$$

$$u_{1,x} = 0$$

Accélération :

$$a_{4,x} = \sqrt{(a_{4,x,(1)})^2 + (a_{4,x,(2)})^2} = \sqrt{(260,73)^2 + (-159,28)^2} = 305,53 \text{ mm/s}^2$$

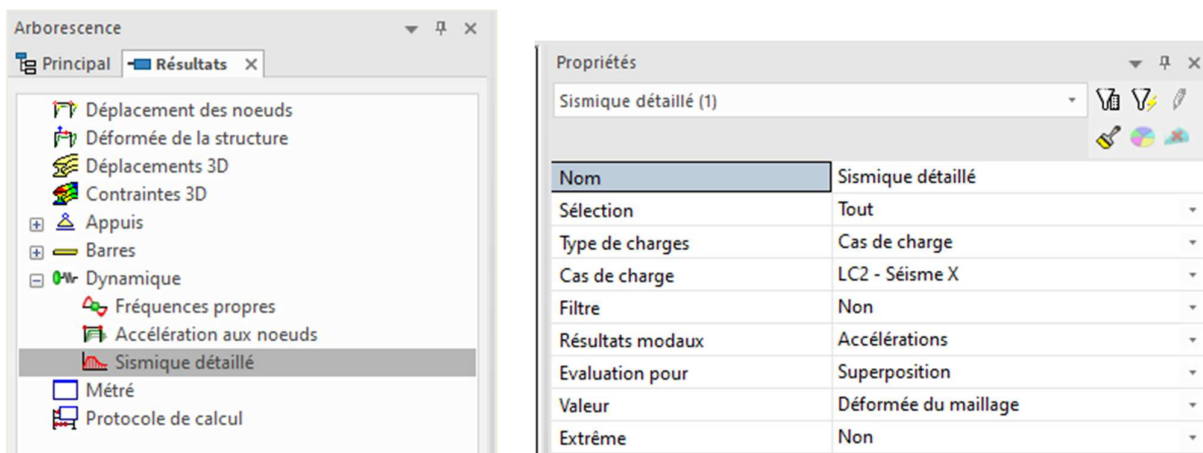
$$a_{3,x} = \sqrt{(a_{3,x,(1)})^2 + (a_{3,x,(2)})^2} = \sqrt{(138,68)^2 + (239,72)^2} = 276,94 \text{ mm/s}^2$$

$$a_{2,x} = \sqrt{(a_{2,x,(1)})^2 + (a_{2,x,(2)})^2} = \sqrt{(40,85)^2 + (202,75)^2} = 206,82 \text{ mm/s}^2$$

$$a_{1,x} = 0 \text{ mm/s}^2$$

Dans SCIA Engineer v32b, en environnement « v16 et antérieures », un menu de résultats spécifique, appelé « Résultats détaillés », permet de visualiser ces déplacements et accélérations modaux.

Dans la fenêtre de propriétés, les options sont les suivantes :



- Dans le champs « **Cas de charges** », un cas sismique peut être sélectionné.
- Le champ « **Résultats modaux** » permet de choisir entre les déplacements et les accélérations.
- « **Évaluation pour** » est utilisé pour spécifier quels résultats doivent être montrés : les résultats pour un mode propre spécifique, les résultats pour tous les modes propres, ou les résultats globaux, synthétisés.

Les résultats pour chaque mode et les résultats résumés sont présentés ci-après pour les déplacements et pour les accélérations.

Déplacements :

Mode 1 :

**Sismique détaillé**

Calcul linéaire, Extrême : Non  
 Sél. : Tout  
 Cas de charge : LC2  
 Résultats modaux : Déplacements  
 Evaluation pour : Mode propre 1

Noeud	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]	Fix [mrad]	Fiy [mrad]	Fiz [mrad]
N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
N2	0.000	0.000	4.000	3.7	0.0	0.0	0.0	1.7	0.0
N3	0.000	0.000	8.000	12.7	0.0	0.0	0.0	2.6	0.0
N4	0.000	0.000	12.000	23.9	0.0	0.0	0.0	2.9	0.0

Mode 2 :

**Sismique détaillé**

Calcul linéaire, Extrême : Non  
 Sél. : Tout  
 Cas de charge : LC2  
 Résultats modaux : Déplacements  
 Evaluation pour : Mode propre 2

Noeud	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]	Fix [mrad]	Fiy [mrad]	Fiz [mrad]
N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
N2	0.000	0.000	4.000	0.4	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0
N3	0.000	0.000	8.000	0.5	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.0
N4	0.000	0.000	12.000	-0.3	0.0	0.0	0.0	-0.3	0.0

Synthèse :

**Sismique détaillé**

Calcul linéaire, Extrême : Non  
 Sél. : Tout  
 Cas de charge : LC2  
 Résultats modaux : Déplacements  
 Evaluation pour : Superposition

Noeud	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]	Fix [mrad]	Fiy [mrad]	Fiz [mrad]
N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
N2	0.000	0.000	4.000	3.8	0.0	0.0	0.0	1.7	0.0
N3	0.000	0.000	8.000	12.7	0.0	0.0	0.0	2.6	0.0
N4	0.000	0.000	12.000	23.9	0.0	0.0	0.0	2.9	0.0

Accélération :

Mode 1 :

**Sismique détaillé**

Calcul linéaire, Extrême : Non  
 Sél. : Tout  
 Cas de charge : LC2  
 Résultats modaux : Accélération  
 Evaluation pour : Mode propre 1

Cas	Noeud	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ax [mm/s <sup>2</sup> ]	Ay [mm/s <sup>2</sup> ]	Az [mm/s <sup>2</sup> ]	Alphax [mrad/s <sup>2</sup> ]	Alphay [mrad/s <sup>2</sup> ]	Alphaz [mrad/s <sup>2</sup> ]
LC2	N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
LC2	N2	0.000	0.000	4.000	40.8	0.0	0.0	0.0	18.8	0.0
LC2	N3	0.000	0.000	8.000	138.6	0.0	0.0	0.0	28.6	0.0
LC2	N4	0.000	0.000	12.000	260.7	0.0	0.0	0.0	31.4	0.0

Mode 2 :

**Sismique détaillé**

Calcul linéaire, Extrême : Non  
 Sél. : Tout  
 Cas de charge : LC2  
 Résultats modaux : Accélération  
 Evaluation pour : Mode propre 2

Cas	Noeud	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ax [mm/s <sup>2</sup> ]	Ay [mm/s <sup>2</sup> ]	Az [mm/s <sup>2</sup> ]	Alphax [mrad/s <sup>2</sup> ]	Alphay [mrad/s <sup>2</sup> ]	Alphaz [mrad/s <sup>2</sup> ]
LC2	N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
LC2	N2	0.000	0.000	4.000	202.9	0.0	0.0	0.0	57.1	0.0
LC2	N3	0.000	0.000	8.000	239.9	0.0	0.0	0.0	-51.2	0.0
LC2	N4	0.000	0.000	12.000	-159.4	0.0	0.0	0.0	-123.6	0.0

Synthèse :

**Sismique détaillé**

Calcul linéaire, Extrême : Non  
 Sél. : Tout  
 Cas de charge : LC2  
 Résultats modaux : Accélération  
 Evaluation pour : Superposition

Cas	Noeud	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ax [mm/s <sup>2</sup> ]	Ay [mm/s <sup>2</sup> ]	Az [mm/s <sup>2</sup> ]	Alphax [mrad/s <sup>2</sup> ]	Alphay [mrad/s <sup>2</sup> ]	Alphaz [mrad/s <sup>2</sup> ]
LC2	N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
LC2	N2	0.000	0.000	4.000	206.9	0.0	0.0	0.0	60.1	0.0
LC2	N3	0.000	0.000	8.000	277.1	0.0	0.0	0.0	58.6	0.0
LC2	N4	0.000	0.000	12.000	305.5	0.0	0.0	0.0	127.5	0.0

En version 64 bits, on peut seulement afficher les déplacements sous un cas de charges sismique sous la superposition modale :

**Displacement of nodes**  
 Linear calculation  
 Load case: LC2  
 Extreme: Node  
 Selection: All

Name	Case	U <sub>x</sub> [ mm ]	U <sub>z</sub> [ mm ]	Φ <sub>y</sub> [ mrad ]	U <sub>total</sub> [ mm ]
N1	LC2	0.0	0.0	0.0	0.0
N2	LC2	3.9	0.0	1.8	3.9
N3	LC2	13.1	0.0	2.7	13.1
N4	LC2	24.6	0.0	3.0	24.6

Lorsque l'on compare les résultats d'un calcul manuel et ceux obtenus par SCIA Engineer, on note que les résultats correspondent bien.

Comme spécifié dans la théorie, lorsque la méthode CQC est utilisée, un spectre d'amortissement doit être défini. Pour illustrer cela, l'exemple ci-dessus est calculé à nouveau, mais en utilisant désormais la méthode CQC pour la combinaison modale.





## Chapitre 9: ANNEXE D : MASSES MANQUANTES DANS LES MODES

Comme mentionné précédemment, la somme des masses modales effectives des modes pris en compte doivent atteindre au moins 90% (EN 1998-1-1 art.4.3.3.3). L'utilisateur peut essayer de l'atteindre avec les possibilités suivantes :

- Augmenter le nombre de modes propres
- Assigner les masses aux nœuds plutôt qu'aux poutres pour éviter les modes locaux.

La masse qui n'a pas encore été prise en compte (par exemple, si la masse modale effective est de 90%, alors il y a 10% non pris en compte), peut être traitée de deux manières différentes dans SCIA Engineer :



La méthode utilisée est définie dans le cas de charge sismique et est rappelée dans le protocole de calcul linéaire. Prenons un exemple avec une masse modale effective dans une direction de 90%. Comment peuvent être traités les 10% restants ?

- Si l'option « Utiliser le mode résiduel » n'est pas cochée : dans ce cas, les 10% seront ignorés. Seuls, les 90% de la masse de la structure seront prises en compte pour calculer les effets sismiques.
- Si l'option « Utiliser le mode résiduel » est cochée : dans ce cas, un mode « fictif » correspondant à la combinaison de tous les modes manquants va être calculé. Mais comme ces modes manquants ont des fréquences propres différentes, la dernière fréquence trouvée sera aussi la fréquence propre de ce mode. Dans le calcul, les efforts dans ce mode seront calculés de la même manière que dans les autres modes.

Dans les exemples suivants, les différences entre ces deux options sont expliquées en détail.

Dans ces projets, le principe général utilisé est le suivant :

Tout d'abord, un spectre sismique est introduit. Pour ce spectre, les déplacements modaux sont calculés pour chaque mode. Dans ce cas il y a 2 modes. Ensuite, les déplacements sont transformés en cas de charge réels. Pour ces deux cas de charge, les résultats des efforts internes et des réactions peuvent être demandés. Selon la méthode d'analyse spécifiée, les résultats sont additionnés. Ainsi, ces résultats pourront être comparés avec la sortie des efforts internes du cas de charge sismique. Cela sera fait avec les deux possibilités présentées ci-avant.

## 9.1 Exemple d'analyse spectrale avec « mode résiduel » décoché

### Exemple D-1 : analyse spectrale sans mode résiduel

Si l'option « mode résiduel » est décochée, le calcul standard est utilisé. Dans ce cas, seule la masse participante à partir du nombre de modes sélectionnés est prise en compte et l'utilisateur doit vérifier que la règle des 90% de l'Eurocode est respectée. En d'autres termes, en utilisant cette méthode, il est important que la quantité totale des masses en X, Y et Z soit suffisante.

Dans l'exemple, une structure (3mx6m) faite de poutres et poteaux à sections rectangulaires (les poutres ont pour section 15x30 sauf la B4 qui est en 20\*60 ; les poteaux ont pour section 15x15 sauf la B3 qui est en 20\*60) est soumise à des forces dynamiques. Le matériau utilisé est le **C25/30** selon l'**EC-EN**. La hauteur de chaque poteau est de **5m**.

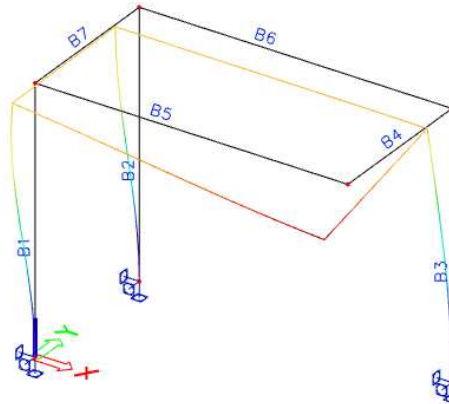
Ensuite, un cas de charge sismique est introduit. Le spectre sismique agit dans 3 directions. Une accélération de 2 m/s<sup>2</sup> est donnée en fonction de la fréquence.

La méthode d'évaluation SRSS est utilisée et l'option « mode résiduel » est décochée.

L'analyse de la Fréquence propre donne le résultat suivant :

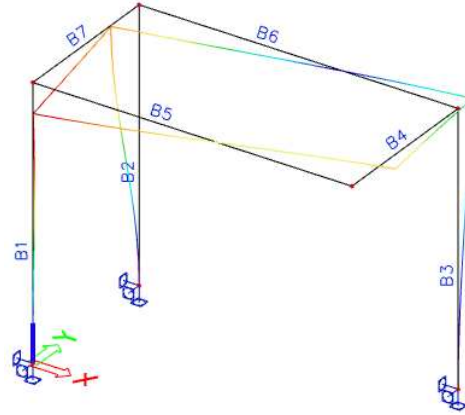
Fréquences propres					
N	f [Hz]	$\omega$ [1/s]	$\omega^2$ [1/s <sup>2</sup> ]	T [s]	
Combinaison masse : CM1					
1	2.05	12.90	166.40	0.49	
2	2.39	15.03	225.81	0.42	

Déformation pour la combinaison de masses CM1/1-1,64 :



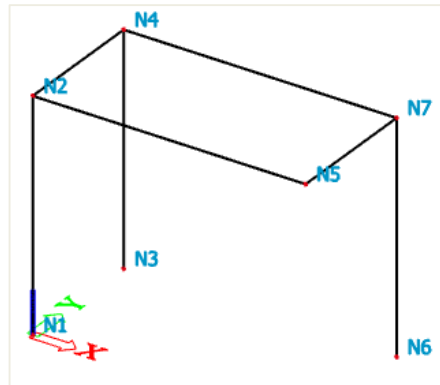
Nom	Cas	U <sub>x</sub> [mm]	U <sub>y</sub> [mm]	Φ <sub>x</sub> [mrad]	Φ <sub>y</sub> [mrad]	Φ <sub>z</sub> [mrad]
N1	CM1/1 - 2.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N2	CM1/1 - 2.05	1.27	-15.15	0.34	2.02	0.07
N3	CM1/1 - 2.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N4	CM1/1 - 2.05	0.78	-15.15	0.34	0.15	0.08
N5	CM1/1 - 2.05	1.27	-15.64	4.27	1.35	0.15
N6	CM1/1 - 2.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N7	CM1/1 - 2.05	0.78	-15.64	4.32	0.27	0.12

Déformation pour la combinaison de masses CM1/2-1,90:



Nom	Cas	U <sub>x</sub> [ mm ]	U <sub>y</sub> [ mm ]	Φ <sub>x</sub> [ mrad ]	Φ <sub>y</sub> [ mrad ]	Φ <sub>z</sub> [ mrad ]
N1	CM1/2 - 2.39	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N2	CM1/2 - 2.39	13.37	-19.69	0.24	-0.61	4.27
N3	CM1/2 - 2.39	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N4	CM1/2 - 2.39	0.43	-19.69	0.24	-0.08	4.55
N5	CM1/2 - 2.39	13.37	9.32	-2.35	-0.80	4.73
N6	CM1/2 - 2.39	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N7	CM1/2 - 2.39	0.43	9.32	-2.40	0.07	3.55

Les **masses** des nœuds participants (N2, N4, N5 and N7) sont nécessaires. La masse est attribuée au nœud d'extrémité de chaque élément.



Calcul de la masse X pour N2 :

$$\text{Masse X} = 2500\text{kg/m}^3 * [(2,5 * 0,15 * 0,15) + (3 * 0,3 * 0,15) + (1,5 * 0,3 * 0,15)] = 646,875 \text{ kg}$$

La masse totale est :

Noeud	Masse x (kg)	Masse y (kg)	Masse z (kg)
N2	646,875	646,875	646,875
N4	646,875	646,875	646,875
N5	787,5	787,5	787,5
N7	1537,5	1537,5	1537,5
Total	3618,75	3618,75	3618,75

Le **facteur de participation modale** est calculé comme suit :

$$\gamma_{k(j)} = \{\Phi_k\}^T \gamma_{k(j)} = \{\Phi_k\}^T \{m\}$$

Calcul de  $\gamma_x$  pour le mode 1 :

$$\{\Phi_{x,(1)}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -0,001267 \\ 0 \\ -0,000778 \\ -0,001265 \\ 0 \\ -0,000777 \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \{m\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 646,875 \\ 0 \\ 646,875 \\ 787,5 \\ 0 \\ 1537,5 \end{Bmatrix}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \gamma_{x,(1)} &= -0,001267 * 647 - 0,000778 * 647 - 0,001265 * 788 - 0,000777 * 1538 \\ \gamma_{x,(1)} &= -3,514 \end{aligned}$$

La matrice de facteur de participation est :

(j) Unités	$\gamma_x$ (kg <sup>1/2</sup> )	$\gamma_y$ (kg <sup>1/2</sup> )	$\gamma_z$ (kg <sup>1/2</sup> )
1	-3,514	55,959	10,158
2	20,115	-3,812	5,614

A l'aide de cette matrice, les **masses effectives** peuvent être calculées :

$$M_{ef,k,(j)} = \gamma_{k,(j)}^2$$

Calcul de  $M_{ef}$  pour le mode 1 dans la direction x:

$$M_{ef,x,(1)} = -3,514^2 = 12,346$$

(j) Unités	$M_{ef,x}$ (kg)	$M_{ef,y}$ (kg)	$M_{ef,z}$ (kg)
1	12,346	3131,374	103,182
2	404,603	14,533	31,517

La formule pour le **rapport de participation de masse** est la suivante :

$$L_{k,(j)} = \frac{M_{ef,k,(j)}}{M_{tot,k}}$$

$$L_{k,(1)} = \frac{12,346}{3618,75} = 0,0034$$

(j) Unités	$L_x$ (-)	$L_y$ (-)	$L_z$ (-)
1	0,0034	0,8653	0,0285
2	0,1118	0,0040	0,0087

Le **spectre d'accélération S** a une valeur constante de  $2\text{m/s}^2$  :

(j) Unités	$S_x$ ( $\text{m/s}^2$ )	$S_y$ ( $\text{m/s}^2$ )	$S_z$ ( $\text{m/s}^2$ )
1	2	2	2
2	2	2	2

Calcul du **coefficient de mode** dans chaque direction :

$$G_{k,(j)} = \frac{S_{a,k,(j)} * Y_{k,(j)}}{\omega_{(j)}^2}$$

Pour la direction x et le mode par exemple :

$$G_{x,(1)} = \frac{2 * -3,514}{166,4} = -0,042$$

(j) Unités	$G_x$ ( $\text{m} * \text{kg}^{1/2}$ )	$G_y$ ( $\text{m} * \text{kg}^{1/2}$ )	$G_z$ ( $\text{m} * \text{kg}^{1/2}$ )	G ( $\text{m} * \text{kg}^{1/2}$ )
1	-0,042	0,673	0,122	0,7524
2	0,178	-0,034	0,050	0,1941

Maintenant, les **forces latérales** dans chaque nœud peuvent être calculées :

$$F_{i,k,(j)} = m_{i,k,(j)} * \ddot{u}_{i,k,(j)} = m_{i,k,(j)} * G_{(j)} * \phi_{i,k,(j)} * \omega_{(j)}^2$$

Comme exemple, ceci est calculé pour le nœud 2 dans la direction X :

$$F_{N2,x,(1)} = 646,875 * 0,7524 * (-0,001267) * 166,4 = -102,6\text{N}$$

Mode1

Noeud	$F_x$ (1) (N)	$F_y$ (1) (N)	$F_z$ (1) (N)
N2	-102,6	1227,3	3,4
N4	-63,0	1227,3	-2,9
N5	-124,7	1541,8	1271,1
N7	-149,6	3010,0	0,2
Total	-439,9	7006,3	1271,8

Mode2

Noeud	$F_x$ (2) (N)	$F_y$ (2) (N)	$F_z$ (2) (N)
N2	379,1	-558,3	0,3
N4	12,2	-558,3	0,6
N5	461,4	321,6	245,8
N7	29,0	627,8	-0,1
Total	881,7	-167,1	246,1

Les **efforts de cisaillement** dans les directions X, Y et Z :

$$F_{k,(j)} = \sum_i F_{i,k,(j)} l$$

Pour le mode 1 dans la direction x:

$$F_{x,(1)} = \frac{-439,9}{1000} = -0,4399\text{kN}$$

(j) Unités	F <sub>x</sub> (kN)	F <sub>y</sub> (kN)	F <sub>z</sub> (kN)
1	-0,4399	7,0063	1,2718
2	0,8817	-0,1671	0,2461
Total	0,99	7,01	1,30

Le **moment de renversement** dans chaque nœud et dans chaque direction est :

$$M_{i,k,(j)} = F_{i,k,(j)} * z_i$$

$$M_{N2,x,(1)} = F_{N2,y,(1)} * (\text{hauteur} - \text{hauteur de renversement})$$

$$M_{N2,x,(1)} = 1227,3\text{N} * (5\text{m} - 0\text{m})$$

$$M_{N2,x,(1)} = -6136,4\text{N.m}$$

Les autres valeurs sont :

Mode1

Noeud	M <sub>x</sub> (1) (N.m)	M <sub>y</sub> (1) (N.m)
N2	-6136,4	513,1
N4	-6136,4	315,1
N5	-7709,0	623,6
N7	-15049,9	747,9

Mode2

Noeud	M <sub>x</sub> (2) (N.m)	M <sub>y</sub> (2) (N.m)
N2	2791,4	-1895,4
N4	2791,4	-60,8
N5	-1608,1	-2307,1
N7	-3139,2	-145,2

La somme des moments pour chaque nœud donne le **moment de renversement à la base** :

(j) Unités	M <sub>x</sub> (kN)	M <sub>y</sub> (kN)
1	-35,0317	2,1997
2	0,8355	-4,4085
Total	35,04	4,93

Les moments pour chaque mode séparé sont combinés avec la méthode SRSS.

Calcul du **déplacement modal** :

$$u_{i,k(j)} = G_{(j)} * \phi_{k(j)}$$

Pour le nœud 2 dans la direction X et pour le premier mode :

$$\{G_{(1)}\} = \{0,7524\} \quad \text{et} \quad \{\phi_{N2,x,(1)}\} = \{-0,001267\}$$

Donc :

$$u_{N2,x,(1)} = (0,7524 * -0,001267) * 1000 = -0,95\text{mm}$$

Les autres valeurs :

Mode1

Noeud	u <sub>x</sub> (mm)	u <sub>y</sub> (mm)	u <sub>z</sub> (mm)
N2	-0,95	11,40	0,03
N4	-0,59	11,40	-0,03
N5	-0,95	11,77	9,70
N7	-0,58	11,77	0,00

Mode2

Noeud	u <sub>x</sub> (mm)	u <sub>y</sub> (mm)	u <sub>z</sub> (mm)
N2	2,60	-3,82	0,00
N4	0,08	-3,82	0,00
N5	2,59	1,81	1,38
N7	0,08	1,81	0,00

Total

Noeud	u <sub>x</sub> (mm)	u <sub>y</sub> (mm)	u <sub>z</sub> (mm)
N2	2,76	12,03	0,03
N4	0,59	12,03	0,03
N5	2,76	11,90	9,80
N7	0,59	11,90	0,00

Calcul de l'**accélération modale** :

$$\ddot{u}_{i,k(j)} = \omega_{(j)}^2 * G_{(j)} * \phi_{k(j)}$$

Pour le nœud 2 dans la direction X et pour le premier mode :

$$\ddot{u}_{N2,x,(1)} = -0,95 * 166,4 = -158,6\text{mm/s}^2$$

Mode1

Noeud	a <sub>x</sub> (mm/s <sup>2</sup> )	a <sub>y</sub> (mm/s <sup>2</sup> )	a <sub>z</sub> (mm/s <sup>2</sup> )
N2	-158,6	1897,2	5,3
N4	-97,4	1897,2	-4,5
N5	-158,4	1957,8	1645,2
N7	-97,3	1957,7	0,1

Mode2

Noeud	$a_x$ (mm/s <sup>2</sup> )	$a_y$ (mm/s <sup>2</sup> )	$a_z$ (mm/s <sup>2</sup> )
N2	586,0	-863,0	-0,4
N4	18,8	-863,0	1,0
N5	585,9	408,4	312,1
N7	18,9	408,4	0,0

Total

Noeud	$a_x$ (mm/s <sup>2</sup> )	$a_y$ (mm/s <sup>2</sup> )	$a_z$ (mm/s <sup>2</sup> )
N2	607,1	2084,3	5,3
N4	99,2	2084,3	4,6
N5	606,9	2000,0	1644,1
N7	99,1	1999,9	0,1

Ensuite, les déplacements sont introduits dans la structure à l'aide d'un cas de charge :

TABLEAU DE SAISIE		Charges		Saisir ici		
Nom	Direction	Référence	Valeur -...	Appui a ...	Cas de charge	
1	TRS1	X	Relatif	2.60	Sn2	LC4
2	TRS2	X	Relatif	2.60	Sn5	LC4
3	TRS3	X	Relatif	0.08	Sn4	LC4
4	TRS4	X	Relatif	0.08	Sn7	LC4
5	TRS5	Y	Relatif	-3.82	Sn2	LC4
6	TRS6	Y	Relatif	-3.82	Sn4	LC4
7	TRS7	Y	Relatif	1.81	Sn5	LC4
8	TRS8	Y	Relatif	1.81	Sn7	LC4
9	TRS9	Z	Relatif	1.38	Sn5	LC4
10	TRS10	X	Relatif	-0.95	Sn2	LC3
11	TRS11	X	Relatif	-0.95	Sn5	LC3
12	TRS12	X	Relatif	-0.59	Sn4	LC3
13	TRS13	X	Relatif	-0.59	Sn7	LC3
14	TRS14	Y	Relatif	11.40	Sn2	LC3
15	TRS15	Y	Relatif	11.40	Sn4	LC3
16	TRS16	Y	Relatif	11.77	Sn5	LC3
17	TRS17	Y	Relatif	11.77	Sn7	LC3
18	TRS18	Z	Relatif	9.70	Sn5	LC3
*						

Pour ces cas de charge, les efforts internes suivants sont calculés :

Nom	dx [m]	Cas	N [kN]	V <sub>y</sub> [kN]	V <sub>z</sub> [kN]	M <sub>x</sub> [kNm]	M <sub>y</sub> [kNm]	M <sub>z</sub> [kNm]
B1	0.000	LC3	<b>4.38</b>	<b>-1.35</b>	<b>0.36</b>	<b>0.01</b>	<b>-0.49</b>	<b>3.44</b>
B1	5.000	LC3	4.38	-1.35	0.36	0.01	1.29	-3.30
B2	0.000	LC3	<b>-3.73</b>	<b>-1.35</b>	<b>-0.04</b>	<b>0.01</b>	<b>0.12</b>	<b>3.44</b>
B2	5.000	LC3	-3.73	-1.35	-0.04	0.01	-0.06	-3.30
B3	0.000	LC3	<b>0.62</b>	<b>-4.32</b>	<b>-0.78</b>	<b>0.28</b>	<b>6.54</b>	<b>18.85</b>
B3	5.000	LC3	0.62	-4.32	-0.78	0.28	2.65	-2.73
B4	0.000	LC3	0.00	0.35	0.08	-4.43	-1.48	-0.40
B4	3.000	LC3	<b>0.00</b>	<b>0.35</b>	<b>0.08</b>	<b>-4.43</b>	<b>-1.24</b>	<b>0.63</b>
B5	0.000	LC3	<b>0.00</b>	<b>-0.12</b>	<b>-1.19</b>	<b>1.48</b>	<b>2.69</b>	<b>0.35</b>
B5	6.000	LC3	0.00	-0.12	-1.19	1.48	-4.43	-0.40
B6	0.000	LC3	<b>0.00</b>	<b>-0.12</b>	<b>0.54</b>	<b>1.49</b>	<b>-1.46</b>	<b>0.33</b>
B6	6.000	LC3	0.00	-0.12	0.54	1.49	1.78	-0.36
B7	3.000	LC3	<b>0.00</b>	<b>0.23</b>	<b>-3.19</b>	<b>-1.40</b>	<b>-4.80</b>	<b>0.34</b>
B7	0.000	LC3	0.00	0.23	-3.19	-1.40	4.78	-0.35



Nom	dx [m]	Cas	N [kN]	V <sub>y</sub> [kN]	V <sub>z</sub> [kN]	M <sub>x</sub> [kNm]	M <sub>y</sub> [kNm]	M <sub>z</sub> [kNm]
B1	0.000	LC4	-0.27	0.46	0.36	-0.15	<b>-0.88</b>	<b>-1.17</b>
B1	5.000	LC4	<b>-0.27</b>	<b>0.46</b>	<b>0.36</b>	<b>-0.15</b>	<b>0.94</b>	<b>1.15</b>
B2	0.000	LC4	0.59	0.46	0.01	-0.16	<b>-0.03</b>	<b>-1.17</b>
B2	5.000	LC4	<b>0.59</b>	<b>0.46</b>	<b>0.01</b>	<b>-0.16</b>	<b>0.04</b>	<b>1.15</b>
B3	0.000	LC4	<b>-0.08</b>	<b>-0.77</b>	<b>0.49</b>	<b>-2.26</b>	<b>-1.52</b>	<b>3.07</b>
B3	5.000	LC4	-0.08	-0.77	0.49	-2.26	<b>0.94</b>	<b>-0.76</b>
B4	0.000	LC4	<b>0.00</b>	<b>-0.55</b>	<b>-0.08</b>	<b>-0.91</b>	<b>-0.25</b>	<b>-0.12</b>
B4	3.000	LC4	0.00	-0.55	-0.08	-0.91	<b>-0.50</b>	<b>-1.78</b>
B5	0.000	LC4	<b>0.00</b>	<b>-0.05</b>	<b>-0.33</b>	<b>0.25</b>	<b>1.04</b>	<b>0.20</b>
B5	6.000	LC4	0.00	-0.05	-0.33	0.25	<b>-0.91</b>	<b>-0.12</b>
B6	0.000	LC4	<b>0.00</b>	<b>-0.13</b>	<b>0.01</b>	<b>0.26</b>	<b>-0.06</b>	<b>0.31</b>
B6	6.000	LC4	0.00	-0.13	0.01	0.26	<b>-0.03</b>	<b>-0.48</b>
B7	0.000	LC4	0.00	0.06	0.60	-0.10	<b>-0.90</b>	<b>-0.05</b>
B7	3.000	LC4	<b>0.00</b>	<b>0.06</b>	<b>0.60</b>	<b>-0.10</b>	<b>0.89</b>	<b>0.14</b>

Selon la méthode SRSS, la formule suivante est utilisée :

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{\sum_{j=1}^N R_{(j)}^2}$$

Prenons par exemple l'effort normal dans la barre B1 :

$$N_{\text{tot}} = \sqrt{(4,38\text{kN})^2 + (-0,27\text{kN})^2} = 4,39\text{kN}$$

Nom	dx [m]	Cas	N [kN]	V <sub>y</sub> [kN]	V <sub>z</sub> [kN]	M <sub>x</sub> [kNm]	M <sub>y</sub> [kNm]	M <sub>z</sub> [kNm]
B1	0.000	LC2	4.39	1.43	0.51	<b>0.15</b>	1.00	<b>3.63</b>
B1	1.818	LC2	4.39	1.43	0.51	0.15	<b>0.27</b>	1.04
B1	5.000	LC2	<b>4.39</b>	<b>1.43</b>	<b>0.51</b>	<b>0.15</b>	<b>1.59</b>	3.50
B1	2.500+	LC2	4.39	1.43	0.51	0.15	0.40	<b>0.07</b>
B2	0.000	LC2	<b>3.78</b>	<b>1.43</b>	<b>0.04</b>	<b>0.16</b>	<b>0.13</b>	<b>3.63</b>
B2	3.182	LC2	3.78	1.43	0.04	0.16	<b>0.01</b>	0.90
B2	2.500+	LC2	3.78	1.43	0.04	0.16	0.03	<b>0.07</b>
B3	0.000	LC2	<b>0.63</b>	<b>4.38</b>	<b>0.91</b>	<b>2.27</b>	<b>6.65</b>	<b>19.08</b>
B3	5.000	LC2	0.63	4.38	0.91	2.27	<b>2.83</b>	2.82
B3	4.545	LC2	0.63	4.38	0.91	2.27	3.09	<b>0.86</b>
B4	3.000	LC2	<b>1.44</b>	<b>0.65</b>	<b>0.12</b>	<b>4.53</b>	<b>1.32</b>	<b>1.88</b>
B4	0.000	LC2	1.44	0.65	0.12	4.53	<b>1.50</b>	<b>0.42</b>
B5	2.308	LC2	0.24	0.14	1.23	1.50	<b>0.29</b>	0.10
B5	3.000-	LC2	0.24	0.14	1.23	1.50	0.87	<b>0.05</b>
B5	6.000	LC2	<b>0.24</b>	<b>0.14</b>	<b>1.23</b>	<b>1.50</b>	<b>4.53</b>	<b>0.42</b>
B6	2.769	LC2	0.27	0.18	0.54	1.51	<b>0.06</b>	<b>0.06</b>
B6	6.000	LC2	<b>0.27</b>	<b>0.18</b>	<b>0.54</b>	<b>1.51</b>	<b>1.77</b>	<b>0.60</b>
B7	1.500-	LC2	0.04	0.24	3.25	1.40	<b>0.01</b>	<b>0.05</b>
B7	3.000	LC2	<b>0.04</b>	<b>0.24</b>	<b>3.25</b>	<b>1.40</b>	<b>4.88</b>	<b>0.38</b>

*Different table in v24 => defect 71744*

Ces valeurs correspondent aux efforts internes pour le cas de charge séisme dans le projet.

La même chose peut être faite pour les réactions :

Nom	Cas	R <sub>x</sub> [kN]	R <sub>y</sub> [kN]	R <sub>z</sub> [kN]	M <sub>x</sub> [kNm]	M <sub>y</sub> [kNm]	M <sub>z</sub> [kNm]
Sn1/N1	LC3	-0.36	-1.35	-4.38	3.44	-0.49	0.01
Sn6/N6	LC3	0.78	-4.32	-0.62	18.85	6.54	0.28
Sn3/N3	LC3	0.04	-1.35	3.73	3.44	0.12	0.01

Nom	Cas	R <sub>x</sub> [kN]	R <sub>y</sub> [kN]	R <sub>z</sub> [kN]	M <sub>x</sub> [kNm]	M <sub>y</sub> [kNm]	M <sub>z</sub> [kNm]
Sn1/N1	LC4	-0.36	0.46	0.27	-1.17	-0.88	-0.15
Sn6/N6	LC4	-0.49	-0.77	0.08	3.07	-1.52	-2.26
Sn3/N3	LC4	-0.01	0.46	-0.59	-1.17	-0.03	-0.16

Calcul de la réaction pour N1:

$$R_x = \sqrt{(-0,36\text{kN})^2 + (-0,36\text{kN})^2} = 0,51\text{kN}$$

Nom	Cas	R <sub>x</sub> [kN]	R <sub>y</sub> [kN]	R <sub>z</sub> [kN]	M <sub>x</sub> [kNm]	M <sub>y</sub> [kNm]	M <sub>z</sub> [kNm]
Sn1/N1	LC2	<b>0.51</b>	<b>1.43</b>	<b>4.39</b>	<b>3.63</b>	<b>1.00</b>	<b>0.15</b>
Sn2/N6	LC2	<b>0.91</b>	<b>4.38</b>	<b>0.63</b>	<b>19.08</b>	<b>6.65</b>	<b>2.27</b>
Sn3/N3	LC2	<b>0.04</b>	<b>1.43</b>	<b>3.78</b>	<b>3.63</b>	<b>0.13</b>	<b>0.16</b>

*Different table in v24 => defect 71744*

Après avoir vérifié les résultats pour le cas de charge sismique, nous pouvons conclure que ces valeurs correspondent aux valeurs calculées par SCIA Engineer.

-----

## 9.2 Exemple d'analyse spectrale avec « mode résiduel » coché

---

### Exemple D-2 : analyse spectrale avec mode résiduel

S'il n'y a pas assez de masse prise en compte avec la méthode standard, des masses seront ajoutées pour satisfaire aux recommandations de l'EC.

L'objectif de cette méthode est d'évaluer la masse manquante comme un mode supplémentaire, calculé comme un cas de charge statique équivalent. Le cas de charge statique représente le poids de la masse manquante avec accélération de coupure. Finalement, les résultats sont combinés à l'aide de la méthode sélectionnée SRSS, CQC, MAX.

Cette masse manquante est prise dans l'analyse sismique comme un mode supplémentaire représentant le poids de la masse manquante. Ce mode est calculé en considérant un cas de charge statique équivalent.

Les masses effectives sont calculées séparément pour chaque nœud. La masse effective est calculé pour chaque nœud dans les directions X, Y et Z pour chaque mode. Plus tard, cette masse manquante sera prise en compte par l'intermédiaire d'un cas de charge supplémentaire.

La masse effective dans un nœud:

$$M_{\text{eff},k,(j),i} = \frac{M_{k,i} * \varphi_{k,(j),i} * M_{\text{eff},k,(j)}}{1000 * \gamma_{k,j}}$$

Calcul de la masse effective dans la direction X pour le mode 1 et N2:

$$M_{\text{eff},N2,x,(1)} = \frac{646,875\text{kg} * (-12,67) * 12,346}{10000 * (-3,514)} = 2,9$$

**Masse effective** dans les nœuds (direction k, mode j) :

Mode 1

Noeud	M <sub>x</sub> (kg)	M <sub>y</sub> (kg)	M <sub>z</sub> (kg)
N2	2,9	548,5	0,3
N4	1,8	548,5	-0,2
N5	3,5	689,1	103,1
N7	4,2	1345,3	0
Total	12,346	3131,374	103,182

Mode 2

Noeud	M <sub>x</sub> (kg)	M <sub>y</sub> (kg)	M <sub>z</sub> (kg)
N2	174,0	48,6	0
N4	5,6	48,6	0,1
N5	211,7	-28,0	31,5
N7	13,3	-54,6	0
Total	404,60	14,53	31,52

Mode 1 & 2

Noeud	M <sub>x</sub> (kg)	M <sub>y</sub> (kg)	M <sub>z</sub> (kg)
N2	176,8	597,1	0,2
N4	7,4	597,1	-0,2
N5	215,2	661,1	134,6
N7	17,5	1290,7	0
Total	416,9494	3145,9065	134,6994

La **masse manquante** est la différence entre la masse totale pour chaque nœud et la masse effective :

$$M_{\text{manq},N2x} = 646,9 - 176,8 = 470\text{kg}$$

Noeud	M <sub>x</sub> (kg)	M <sub>y</sub> (kg)	M <sub>z</sub> (kg)
N2	470,0	49,8	646,6
N4	639,5	49,8	647,0
N5	572,3	126,4	652,9
N7	1520,0	246,8	1537,5

Avec ces masses manquantes, les **cas de charge** sont générés en utilisant la formule :

$$\text{Cas de charge}_{i,k} = M_{\text{manq},i,k} * S_{k,\text{cutoff}}$$

Noeud	F <sub>x</sub> (kN)	F <sub>y</sub> (kN)	F <sub>z</sub> (kN)
N2	0,940	0,100	1,293
N4	1,279	0,100	1,294
N5	1,145	0,253	1,306
N7	3,040	0,494	3,075
Total	6,4036	0,9457	6,9681

**Remarque :**

*L'accélération de coupure est l'accélération de la fréquence de coupure. Il s'agit de la dernière fréquence calculée.*

Calcul du **coefficient de mode** :

$$G_{k,(j)} = \frac{S_{a,k,(j)} * \gamma_{k,(j)}}{\omega_{(j)}}$$

$$G_{x,(1)} = \frac{\frac{2m}{s^2} * (-3,514\text{kg}^{\frac{1}{2}})}{166,4/s^2} = -0,042\text{m. kg}^{1/2}$$

(j) Unités	G <sub>x</sub> (m*kg <sup>1/2</sup> )	G <sub>y</sub> (m*kg <sup>1/2</sup> )	G <sub>z</sub> (m*kg <sup>1/2</sup> )	G (m*kg <sup>1/2</sup> )
1	-0,042	0,673	0,122	0,752
2	0,178	-0,034	0,050	0,194

Calcul des **forces latérales** :

$$F_{i,k,(j)} = m_{i,k,(j)} * \ddot{u}_{i,k,(j)} = m_{i,k,(j)} * G_{(j)} * \phi_{i,k,(j)} * \omega_{(j)}^2$$

$$F_{1,x,(1)} = \frac{646,9\text{kg} * 0,75\text{m} \cdot \text{kg}^{\frac{1}{2}} * (-12,67\text{mm}) * 166/\text{s}^2}{10000} = -102,6\text{N}$$

Mode 1

Noeud	F <sub>x</sub> (1) (N)	F <sub>y</sub> (1) (N)	F <sub>z</sub> (1) (N)
N2	-102,6	1227,3	3,4
N4	-63,0	1227,3	-2,9
N5	-124,7	1541,8	1271,1
N7	-149,6	3010,0	0,2
Total	-439,9	7006,3	1271,8

Mode 2

Noeud	F <sub>x</sub> (2) (N)	F <sub>y</sub> (2) (N)	F <sub>z</sub> (2) (N)
N2	379,1	-558,3	-0,3
N4	12,2	-558,3	0,6
N5	461,4	321,6	245,8
N7	29,0	627,8	-0,1
Total	881,7	-167,1	246,1

Calcul de l'**effort de cisaillement à la base** :

$$F_{k,(j)} = \sum_i F_{i,k,(j)} l$$

(j) unités	F <sub>x</sub> (kN)	F <sub>y</sub> (kN)	F <sub>z</sub> (kN)
1	-0,4399	7,0063	1,2718
2	0,8817	-0,1671	0,2461
R	6,4036	0,9457	6,9681
Total	6,5	7,1	7,1

Le **moment de renversement** dans chaque nœud est calculé comme suit :

$$M_{i,k,(j)} = F_{i,k,(j)} * z_i$$

La hauteur  $z_i$  est égale à la hauteur du nœud concerné moins la hauteur de renversement. Dans ce cas, la hauteur de renversement est égale à zéro.

Mode 1

Noeud	M <sub>x</sub> (1) (N.m)	M <sub>y</sub> (1) (N.m)
N2	-6136,4	513,1
N4	-6136,4	315,1
N5	-7709,0	623,6
N7	-15049,9	747,9

Mode 2

Noeud	M <sub>x</sub> (2) (N.m)	M <sub>y</sub> (2) (N.m)
N2	2791,4	-1895,4
N4	2791,4	-60,8
N5	-1608,1	-2307,1
N7	-3139,2	-145,2

Dans ce cas, un moment de renversement supplémentaire est calculé pour le cas de charge résiduel :

$$M_{N2,y,(1)} = 0,94\text{kN} * (5\text{m} - 0\text{m}) = -4,7\text{kN.m}$$

Mode R

Noeud	M <sub>x</sub> (R) (kN.m)	M <sub>y</sub> (R) (kN.m)
N2	0	-4,7
N4	0	-6,4
N5	0	-5,7
N7	0	-15,2

La lettre R représente le mode résiduel.

Pour chaque mode, la **somme des moments de renversement** est calculée, par la suite les résultats sont combinés avec la méthode SRSS :

(j) unités	M <sub>x</sub> (kN)	M <sub>y</sub> (kN)
1	-35,0317	2,1997
2	0,8355	-4,4085
R	0,0000	-32,0180
Total	35,0	32,4

Calcul du **déplacement modal** :

$$u_{i,k,(j)} = G_{(j)} * \phi_{k,(j)}$$

Mode 1

Noeud	u <sub>x</sub> (mm)	u <sub>y</sub> (mm)	u <sub>z</sub> (mm)
N2	-0,95	11,40	0,03
N4	-0,59	11,40	-0,03
N5	-0,95	11,77	9,70
N7	-0,58	11,77	0,00

Mode 2

Noeud	u <sub>x</sub> (mm)	u <sub>y</sub> (mm)	u <sub>z</sub> (mm)
N2	2,60	-3,82	0,00
N4	0,08	-3,82	0,00
N5	2,59	1,81	1,38
N7	0,08	1,81	0,00

Pour calculer les déformations pour le mode R, les cas de charge générés par les masses manquantes sont introduits comme des cas de charge réels aux nœuds de la structure. Cela donne le tableau suivant :

**2. Deformation of nodes**

Linear calculation, Extreme : Node				
Selection : All				
Load cases : LC3				
Node	Case	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]
N1	LC3	0	0	0
N2	LC3	4,14	4,91	0,03
N3	LC3	0	0	0
N4	LC3	1,46	4,91	0
N5	LC3	4,14	8,25	6,74
N6	LC3	0	0	0
N7	LC3	1,45	8,25	0

Les déformations pour chaque mode (mode 1, mode 2 et mode R) sont combinés avec la méthode SRSS :

Total

Noeud	u <sub>x</sub> (mm)	u <sub>y</sub> (mm)	u <sub>z</sub> (mm)
N2	4,98	12,99	0,04
N4	1,58	12,99	0,03
N5	4,98	14,48	11,89
N7	1,57	14,48	0,00

Idem pour l'accélération modale :

$$\ddot{u}_{i,k,(j)} = \omega_{(j)}^2 * G_{(j)} * \Phi_{k,(j)}$$

Mode 1

Noeud	a <sub>x</sub> (mm/s <sup>2</sup> )	a <sub>y</sub> (mm/s <sup>2</sup> )	a <sub>z</sub> (mm/s <sup>2</sup> )
N2	-158,6	1897,2	5,3
N4	-97,4	1897,2	-4,5
N5	-158,4	1957,8	1614,2
N7	-97,3	1957,7	0,1

Mode 2

Noeud	a <sub>x</sub> (mm/s <sup>2</sup> )	a <sub>y</sub> (mm/s <sup>2</sup> )	a <sub>z</sub> (mm/s <sup>2</sup> )
N2	586,0	-863,0	-0,4
N4	18,8	-863,0	1,0
N5	585,9	408,4	312,1
N7	18,9	408,4	0,0

Pour le mode R la valeur constante de 2000mm/s<sup>2</sup> est utilisée :

Mode R

Noeud	a <sub>x</sub> (mm/s <sup>2</sup> )	a <sub>y</sub> (mm/s <sup>2</sup> )	a <sub>z</sub> (mm/s <sup>2</sup> )
N2	2000,0	2000,0	2000,0
N4	2000,0	2000,0	2000,0
N5	2000,0	2000,0	2000,0
N7	2000,0	2000,0	2000,0

Cela donne avec la méthode SRSS :

Total

Noeud	a <sub>x</sub> (mm/s <sup>2</sup> )	a <sub>y</sub> (mm/s <sup>2</sup> )	a <sub>z</sub> (mm/s <sup>2</sup> )
N2	2090,1	2888,7	2000,0
N4	2002,5	2888,7	2000,0
N5	2090,1	2828,4	2589,0
N7	2002,5	2828,3	2000,0

Les déformations calculées sont introduites sur la structure comme des cas de charge réels. Cela donne les efforts internes suivants :

Mode 1 :

Linear calculation, Extreme : Member, System : Principal								
Selection : All								
Load cases : LC3								
Member	Case	dx [m]	N [kN]	Vy [kN]	Vz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
B1	LC3	0	<b>4,38</b>	<b>-1,35</b>	<b>0,36</b>	<b>0,01</b>	<b>-0,49</b>	<b>3,44</b>
B1	LC3	5	4,38	-1,35	0,36	0,01	<b>1,29</b>	<b>-3,3</b>
B2	LC3	0	<b>-3,73</b>	<b>-1,35</b>	<b>-0,04</b>	<b>0,01</b>	<b>0,12</b>	<b>3,44</b>
B2	LC3	5	-3,73	-1,35	-0,04	0,01	<b>-0,06</b>	<b>-3,3</b>
B3	LC3	0	<b>0,62</b>	<b>-4,32</b>	<b>-0,78</b>	<b>0,28</b>	<b>6,54</b>	<b>18,85</b>
B3	LC3	5	0,62	-4,32	-0,78	0,28	<b>2,65</b>	<b>-2,73</b>
B4	LC3	0	<b>0</b>	<b>0,35</b>	<b>0,08</b>	<b>-4,43</b>	<b>-1,48</b>	<b>-0,4</b>
B4	LC3	3	0	0,35	0,08	-4,43	<b>-1,24</b>	<b>0,63</b>
B5	LC3	0	<b>0</b>	<b>-0,12</b>	<b>-1,19</b>	<b>1,48</b>	<b>2,69</b>	<b>0,35</b>
B5	LC3	6	0	-0,12	-1,19	1,48	<b>-4,43</b>	<b>-0,4</b>
B6	LC3	0	<b>0</b>	<b>-0,12</b>	<b>0,54</b>	<b>1,49</b>	<b>-1,46</b>	<b>0,33</b>
B6	LC3	6	0	-0,12	0,54	1,49	<b>1,78</b>	<b>-0,36</b>
B7	LC3	0	<b>0</b>	<b>0,23</b>	<b>-3,19</b>	<b>-1,4</b>	<b>4,78</b>	<b>-0,35</b>
B7	LC3	3	0	0,23	-3,19	-1,4	<b>-4,8</b>	<b>0,34</b>



Mode 2 :

Linear calculation, Extreme : Member, System : Principal								
Selection : All								
Load cases : LC4								
Member	Case	dx [m]	N [kN]	Vy [kN]	Vz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
B1	LC4	0	-0,27	0,46	0,36	-0,15	-0,88	-1,17
B1	LC4	5	-0,27	0,46	0,36	-0,15	0,94	1,15
B2	LC4	0	0,59	0,46	0,01	-0,16	-0,03	-1,17
B2	LC4	5	0,59	0,46	0,01	-0,16	0,04	1,15
B3	LC4	0	-0,08	-0,77	0,49	-2,26	-1,52	3,07
B3	LC4	5	-0,08	-0,77	0,49	-2,26	0,94	-0,76
B4	LC4	0	0	-0,55	-0,08	-0,91	-0,25	-0,12
B4	LC4	3	0	-0,55	-0,08	-0,91	-0,5	-1,78
B5	LC4	0	0	-0,05	-0,33	0,25	1,04	0,2
B5	LC4	6	0	-0,05	-0,33	0,25	-0,91	-0,12
B6	LC4	0	0	-0,13	0,01	0,26	-0,06	0,31
B6	LC4	6	0	-0,13	0,01	0,26	-0,03	-0,48
B7	LC4	0	0	0,06	0,6	-0,1	-0,9	-0,05
B7	LC4	3	0	0,06	0,6	-0,1	0,89	0,14

Mode R :

Linear calculation, Extreme : No, System : Principal								
Selection : All								
Load cases : LC3								
Member	Case	dx [m]	N [kN]	Vy [kN]	Vz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
B1	LC3	0	4,232	-0,575	0,824	-0,134	-1,804	1,47
B1	LC3	5	4,232	-0,575	0,824	-0,134	2,314	-1,402
B2	LC3	0	-0,061	-0,574	0,244	-0,144	-0,559	1,47
B2	LC3	5	-0,061	-0,574	0,244	-0,144	0,661	-1,401
B3	LC3	0	2,798	-3,078	5,79	-2,301	-22,431	13,299
B3	LC3	5	2,798	-3,078	5,79	-2,301	6,521	-2,093
B4	LC3	0	-1,406	-1,192	0,005	-4,714	-1,048	0,818
B4	LC3	3	-1,406	-1,192	0,005	-4,714	-1,033	-2,759
B5	LC3	0	0,159	0,242	-1,301	1,048	3,092	-0,632
B5	LC3	6	0,159	0,242	-1,301	1,048	-4,714	0,818
B6	LC3	0	-1,527	0,164	-0,282	1,061	-0,117	-0,525
B6	LC3	6	-1,527	0,164	-0,282	1,061	-1,807	0,457
B7	LC3	0	0,039	-0,478	-1,637	-0,778	2,45	0,766
B7	LC3	3	0,039	-0,478	-1,637	-0,778	-2,461	-0,669

La combinaison selon la méthode SRSS donne :

Member	Case	dx [m]	N [kN]	Vy [kN]	Vz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
B1	LC2	0,00	6,10	1,54	0,97	0,20	2,07	3,92
B1	LC2	5,00	6,10	1,54	0,97	0,20	2,81	3,77
B2	LC2	0,00	3,78	1,54	0,25	0,22	0,57	3,92
B2	LC2	5,00	3,78	1,54	0,25	0,22	0,66	3,77
B3	LC2	0,00	2,87	5,36	5,86	3,24	23,41	23,27
B3	LC2	5,00	2,87	5,36	5,86	3,24	7,10	3,52
B4	LC2	0,00	1,41	1,36	0,11	6,53	1,83	0,92
B4	LC2	3,00	1,41	1,36	0,11	6,53	1,69	3,34
B5	LC2	0,00	0,16	0,27	1,79	1,83	4,23	0,75
B5	LC2	6,00	0,16	0,27	1,79	1,83	6,53	0,92
B6	LC2	0,00	1,53	0,24	0,61	1,85	1,47	0,69
B6	LC2	6,00	1,53	0,24	0,61	1,85	2,54	0,75
B7	LC2	0,00	0,04	0,53	3,64	1,60	5,45	0,84
B7	LC2	3,00	0,04	0,53	3,64	1,60	5,47	0,76

Les réactions sont :

Mode 1

Linear calculation, Extreme : Node							
Selection : All							
Load cases : LC3							
Support	Case	Rx [kN]	Ry [kN]	Rz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
Sn1/N1	LC3	-0,36	-1,35	-4,38	3,44	-0,49	0,01
Sn2/N6	LC3	0,78	-4,32	-0,62	18,85	6,54	0,28
Sn3/N3	LC3	0,04	-1,35	3,73	3,44	0,12	0,01

Mode 2:

Linear calculation, Extreme : Node							
Selection : All							
Load cases : LC4							
Support	Case	Rx [kN]	Ry [kN]	Rz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
Sn1/N1	LC4	-0,36	0,46	0,27	-1,17	-0,88	-0,15
Sn2/N6	LC4	-0,49	-0,77	0,08	3,07	-1,52	-2,26
Sn3/N3	LC4	-0,01	0,46	-0,59	-1,17	-0,03	-0,16

Mode R:

Linear calculation, Extreme : Node							
Selection : All							
Load cases : LC3							
Support	Case	Rx [kN]	Ry [kN]	Rz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
Sn1/N1	LC3	-0,82	-0,575	-4,232	1,47	-1,804	-0,134
Sn2/N6	LC3	-5,79	-3,078	-2,798	13,299	-22,431	-2,301
Sn3/N3	LC3	-0,24	-0,574	0,061	1,47	-0,559	-0,144

SRSS:

Support	Case	Rx [kN]	Ry [kN]	Rz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
Sn1/N1	LC2	0,97	1,54	6,10	3,92	2,07	0,20
Sn2/N6	LC2	5,86	5,36	2,87	23,27	23,41	3,24
Sn3/N3	LC2	0,25	1,54	3,78	3,92	0,57	0,22

**Remarques :**

-----  
 Dans le cas de la méthode CQC, nous ne supposons aucune corrélation avec les autres modes (la valeur absolue est ajoutée)

La fréquence de coupure est la fréquence du dernier mode dans l'analyse. Il est de la responsabilité de l'utilisateur de sélectionner le bon nombre de modes. Cela peut être fait dans Configuration > Solveur.

-----

## Chapitre 10: VIBRATIONS FORCÉES : CHARGE HARMONIQUE

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au calcul des vibrations forcées. La structure va maintenant être soumise à une charge harmonique.

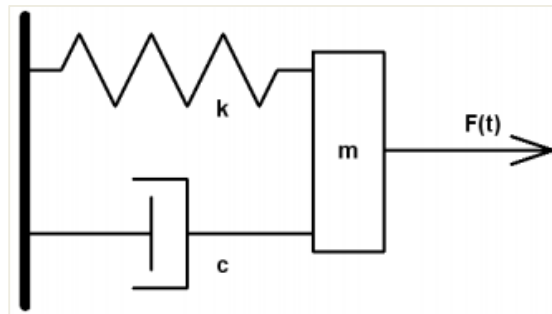
Le calcul des vibrations forcées peut être requis pour vérifier la réponse d'un bâtiment se trouvant à proximité d'un chemin de fer ou d'une voie de circulation importante, pour vérifier les vibrations dues aux machines, pour vérifier la résistance d'un plancher servant à un cours d'aérobic, ...

Comme dans le chapitre précédent, la théorie sera d'abord exposée et ensuite illustrée par des exemples. Ceux-ci seront également vérifiés par des calculs manuels.

### 10.1. Théorie

Pour comprendre ce qui se passe lors de l'analyse dynamique d'une structure complexe avec des portiques ou des éléments finis, la vibration forcée d'un système à un seul degré de liberté est considérée en détail. Une analyse complète peut être trouvée dans la référence [1]

Considérons le système suivant :



Un corps de masse  $m$  peut se déplacer dans une seule direction. Un ressort de raideur constante  $k$  est fixé à une extrémité et attaché à un corps à l'autre extrémité. La masse est également soumise à un amortissement d'une capacité  $c$ . Une force externe  $F(t)$  dépendant du temps est appliquée à la masse.

L'équation de mouvement peut s'écrire:

$$m \cdot \ddot{y}(t) + c \cdot \dot{y}(t) + k \cdot y(t) = F(t) \quad (3.1)$$

Lorsque la force agissant sur ce système est une charge harmonique, l'équation (3.1) peut être réécrite comme suit :

$$m \cdot \ddot{y}(t) + c \cdot \dot{y}(t) + k \cdot y(t) = F \cdot \sin(v \cdot t) \quad (3.2)$$

Avec :

$F$  : amplitude de la charge harmonique

$v$  : fréquence circulaire de la charge harmonique

Une solution de l'équation est :

$$y(t) = e^{-\xi\omega t} \cdot [A \cdot \cos(\omega_D t) + B \cdot \sin(\omega_D t)] + Y_S \cdot \frac{\sin(v \cdot t - \theta)}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2r\xi)^2}} \quad (3.3)$$

Avec :

$Y_S$  : la déflexion statique

$$Y_S = \frac{F}{k} \quad (3.4)$$

$\xi$  : le taux d'amortissement

$$\xi = \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega} \quad (3.5)$$

$\omega_D$  : la fréquence circulaire amortie

$$\omega_D = \omega \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.6)$$

$\tan(\theta)$  :

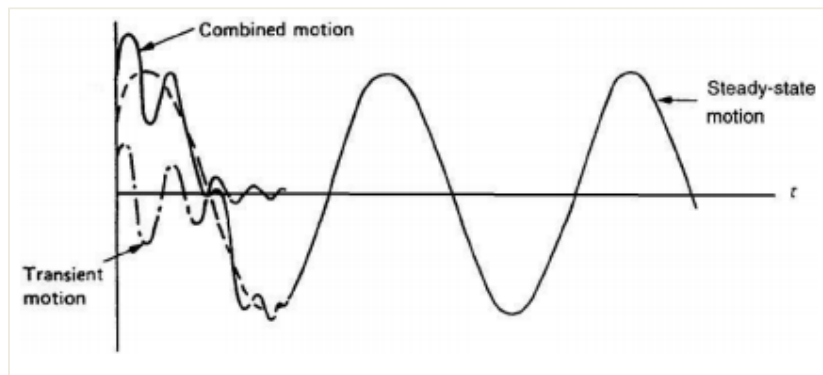
$$\tan(\theta) = \frac{2 \cdot \xi \cdot r}{1 - r^2} \quad (3.7)$$

$r$  : le rapport de fréquence

$$r = \frac{\nu}{\omega} \quad (3.8)$$

L'angle  $\theta$  signifie que le vecteur déplacement est déphasé par rapport au vecteur force. En d'autres termes, le mouvement se produit après un certain temps de l'application de la force. A et B sont des constantes qui sont déterminées à partir des valeurs initiales du déplacement et de la vitesse.

Le premier terme de l'équation (3,3) est appelé régime transitoire. Le second terme est appelé régime établi. Les deux termes sont illustrés sur la figure suivante :



L'amplitude de la réponse transitoire décroît de façon exponentielle ( $e^{-\xi\omega t}$ ). Par conséquent, dans la plupart des applications pratiques, ce terme est négligé et la réponse  $y(t)$  peut être considérée comme égale à la réponse en régime établi (après quelques périodes de la charge appliquée).

L'équation (3.3) peut alors s'écrire sous une forme plus commode:

$$\frac{Y}{Y_S} = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2r\xi)^2}} \quad (3.9)$$

$(Y/Y_S)$  est connu sous le nom de **Facteur d'Amplification Dynamique** parce que  $Y_S$  est la déflexion statique du système soumis à la charge constante  $F$  et  $Y$  est l'amplitude dynamique.

La largeur des vibrations mécaniques provient essentiellement des grandes valeurs de  $(Y/Y_s)$  atteintes en pratique lorsque le rapport de fréquence  $r$  a une valeur proche de l'unité. Cela signifie qu'une petite force harmonique peut produire une grande amplitude de vibration. Ce phénomène est connu sous le nom de résonance. Dans ce cas, l'amplitude dynamique n'atteint pas une valeur infinie, mais une valeur limite de :

$$Y_s/2\xi$$

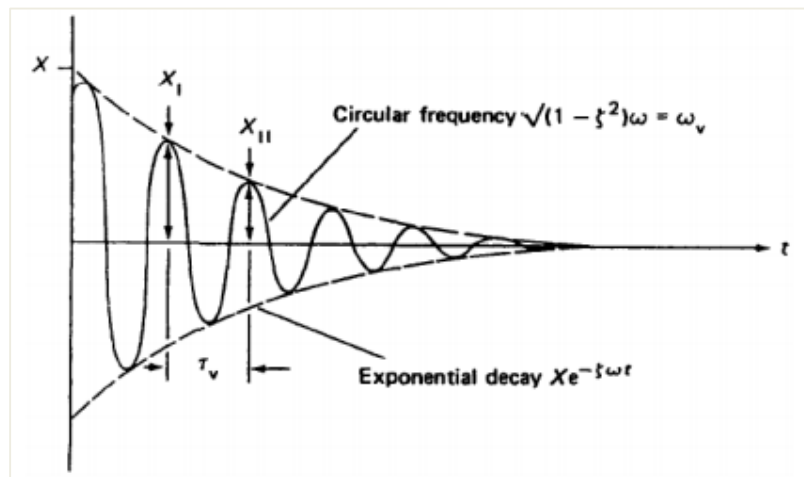
## 10.2. Charge harmonique dans SCIA Engineer

Dans SCIA Engineer, une charge harmonique peut être saisie après la création d'une Combinaison de Groupes de Masses. Cela implique que les étapes à suivre pour effectuer un calcul de Fréquences Propres sont valables encore ici et sont complétées par la définition des propriétés de la Charge Harmonique.

Conformément à la théorie, une charge harmonique est définie par une fréquence d'excitation et une amplitude. Pour spécifier le taux d'amortissement de la structure, le **décroissement logarithmique** peut être introduit. [1]

Le décroissement logarithmique  $\Lambda$  est le logarithme népérien du rapport entre deux amplitudes successives dans la même direction. Ceci est illustré sur la figure suivante :

$$\Lambda = \ln \frac{X_1}{X_{11}} \quad (3.10)$$



Le **décroissement logarithmique**  $\Lambda$  est lié au **taux d'amortissement**  $\xi$  par la formule suivante :

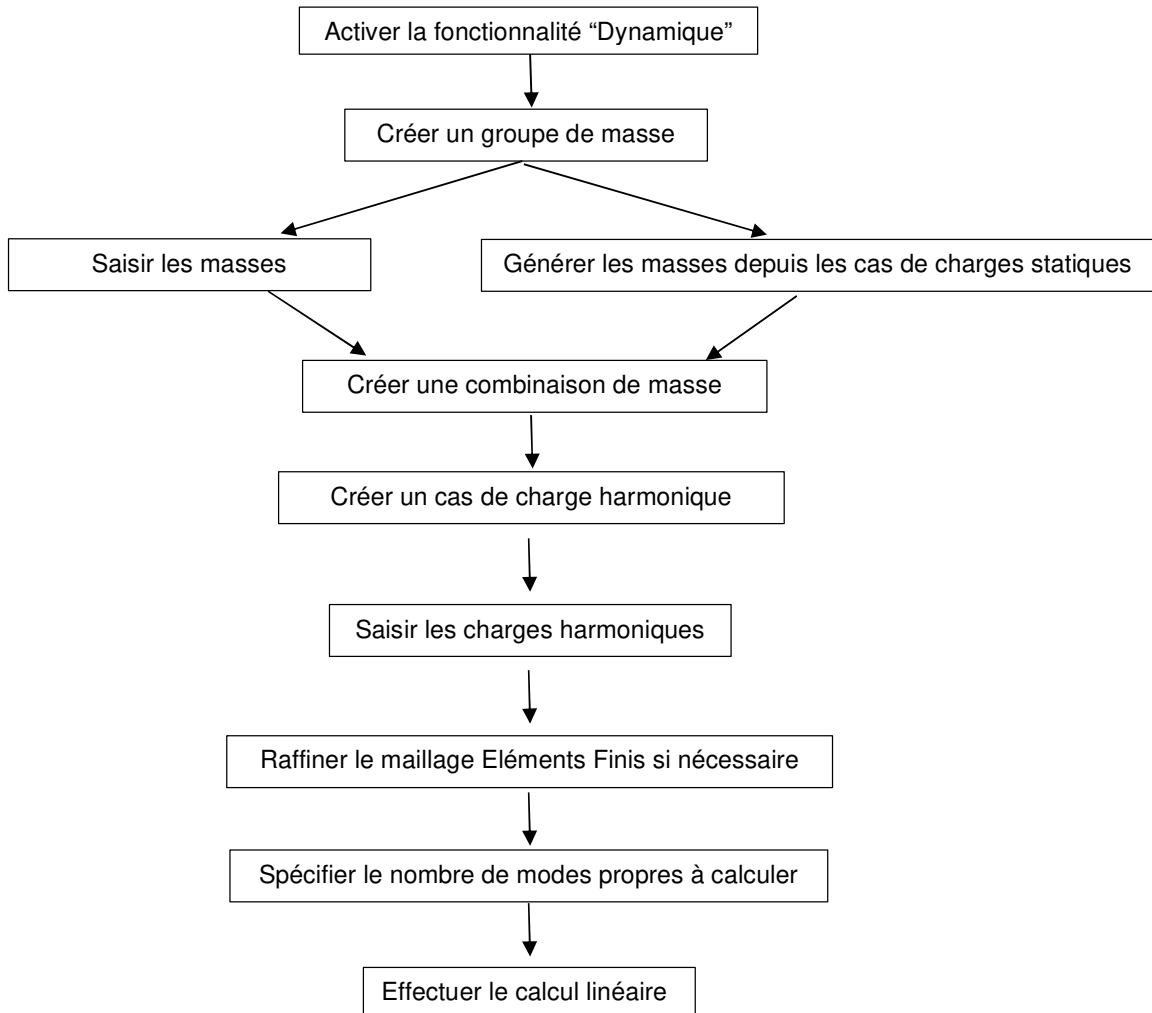
$$\Lambda = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (3.11)$$

Le taux d'amortissement et le décroissement logarithmique sont considérés plus en détail dans le chapitre « Amortissement ».

Les Charges Harmoniques dans SCIA Engineer sont toujours définies comme forces nodales, soit une charge au nœud ou un moment au nœud. Plus d'un nœud de la structure peut être chargé dans un cas de charge, mais la fréquence de toutes les sollicitations est égale à la fréquence d'excitation spécifiée pour le cas de charge.

Comme spécifié dans la théorie, les résultats statiques sont multipliés par le facteur d'amplification dynamique. Le calcul dynamique est ainsi transformé en un calcul statique équivalent. Par conséquent, un calcul linéaire doit être exécuté. Au cours de ce calcul, les fréquences propres seront également déterminées puisque ces résultats sont nécessaires pour calculer l'effet de la Charge Harmonique.

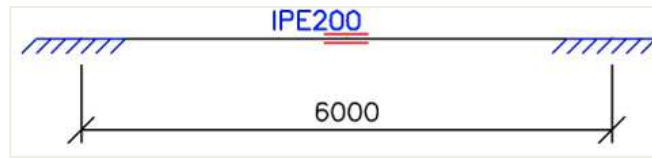
Le diagramme suivant montre les étapes à suivre pour effectuer un calcul de vibrations forcées :



Le diagramme est illustré dans les exemples suivants.

-----  
**Exemple 10-1 :**

Dans cet exemple, une poutre sur deux appuis encastrés est modélisée. La poutre a une section de type **IPE 200**, une longueur de **6m** et est fabriquée en **S235** selon l'**EC-EN**. Un nœud a été ajouté au milieu de la poutre, au niveau duquel une masse de **200 kg** sera saisie.



Un cas de charge statique est créé : le **poids propre** de la poutre. Toutefois, afin de ne pas prendre celui-ci en compte pour le calcul dynamique, la masse volumique du **S235** peut être modifiée dans la **Bibliothèque des Matériaux**, nous prendrons **1 kg / m<sup>3</sup>**. Ceci rendra la vérification des résultats par un calcul manuel plus facile.

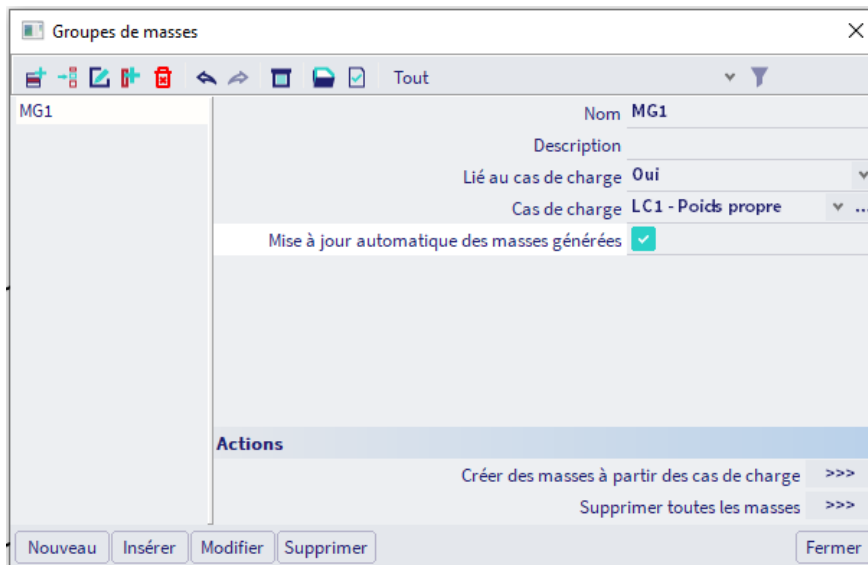
La masse de **200 kg** vibre avec une fréquence de **5 Hz**. Le taux d'amortissement du système est considéré comme égal à **5%**.

### Etape 1 : fonctionnalité

La première étape dans le calcul dynamique est d'activer la fonctionnalité « **Dynamique** » dans l'onglet « **Fonctionnalité** » des « **Paramètres du projet** ».

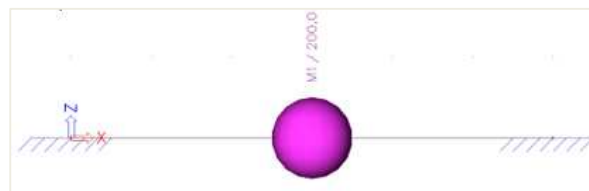
### Etape 2 : groupe de masse

Ensuite, il faut créer un « **Groupe de masse** ».



### Etape 3 : introduction de la masse

Après la création des groupes de masse, la masse de **200kg** peut être introduite au milieu de la poutre :



**Etape 4 : matrice de masse**

Les groupes de masses sont alors mis dans une « **Combinaison de Groupes de Masses** », celle-ci sera utilisée pour définir la charge harmonique.

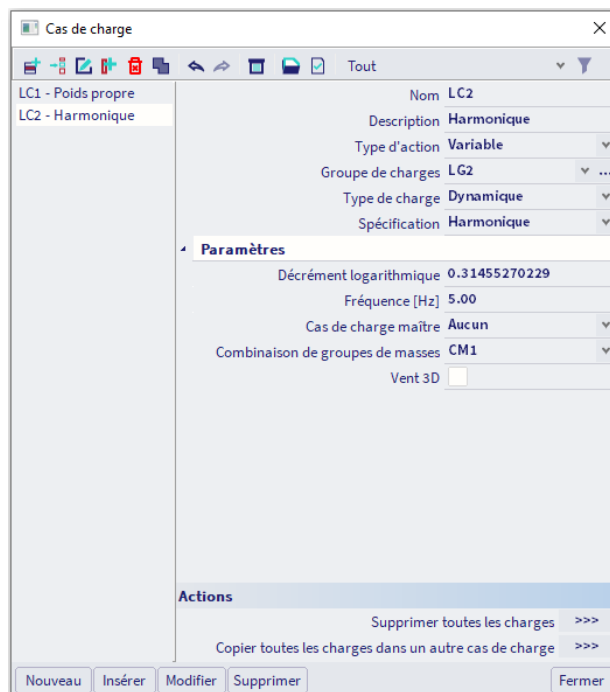
**Etape 5 : définition d'un cas de charge harmonique**

Après avoir créé une combinaison de groupes de masses, un cas de charge **harmonique** peut être défini dans les « **Cas de charges** ».

Le **Type d'action** est mis sur **Variable**.

Le **Type de charge** est changé en **Dynamique**.

Dans le champs de **Spécification**, le type de cas de charge « Séisme » est choisi par défaut. Dans ce cas, c'est un cas de charge **Harmonique**.





La dernière option, **Combinaison de groupes de masses**, montre la combinaison de masses qui sera utilisée pour le calcul du cas de charge harmonique.

Pour spécifier les paramètres du cas de charge harmonique, il faut dérouler le menu « Paramètres ».

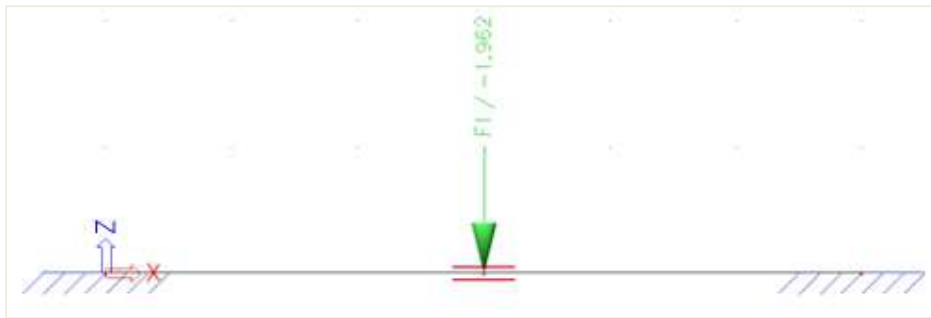
La fréquence d'excitation de la charge harmonique est 5hz. Le taux d'amortissement est égal à 5%. En appliquant la formule (3.11), le décrétement logarithmique peut être calculé :

$$\Lambda = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{2 * \pi * 0,05}{\sqrt{1-(0,05)^2}} = 0,31455270229$$

#### **Etape 6 : introduction d'une charge ponctuelle dans le cas de charge harmonique**

Les paramètres du cas de charge ont été définis, ce qui reste à faire est de saisir l'amplitude de la charge. La masse est de **200kg**. Cela correspond à une charge de **1,962kN** en prenant **9,81m/s<sup>2</sup>** pour l'accélération de la pesanteur.

Cette charge peut être saisie via le panneau de saisie et « **Charge concentrée sur le nœud** » :



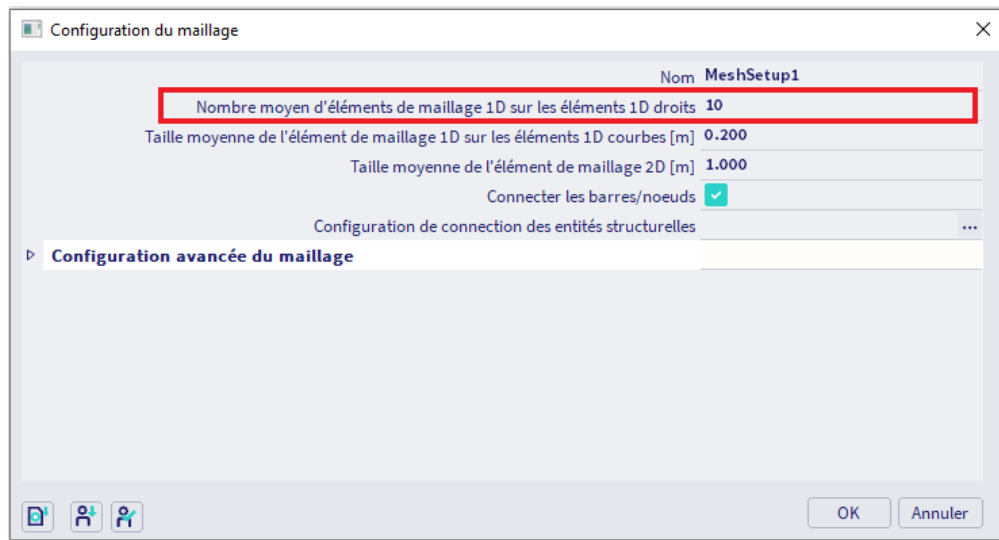
#### **Remarque :**

*Comme spécifié dans la théorie, plus d'une charge harmonique peuvent être saisies dans le cas de charge harmonique. Cependant, les paramètres harmoniques tels que l'amortissement et la fréquence d'excitation sont définis au niveau du cas de charge. Cela implique que, par exemple, quand plusieurs charges harmoniques vibrent avec des fréquences différentes, des cas de charge différents doivent être créés.*

#### **Etape 7 : configuration du maillage**

Pour obtenir des résultats précis dans le cas du calcul dynamique, le maillage doit être raffiné.

Comme pour les portiques, ceci peut être réalisé en allant dans **Outils / Calcul et maillage / Configuration du maillage**.

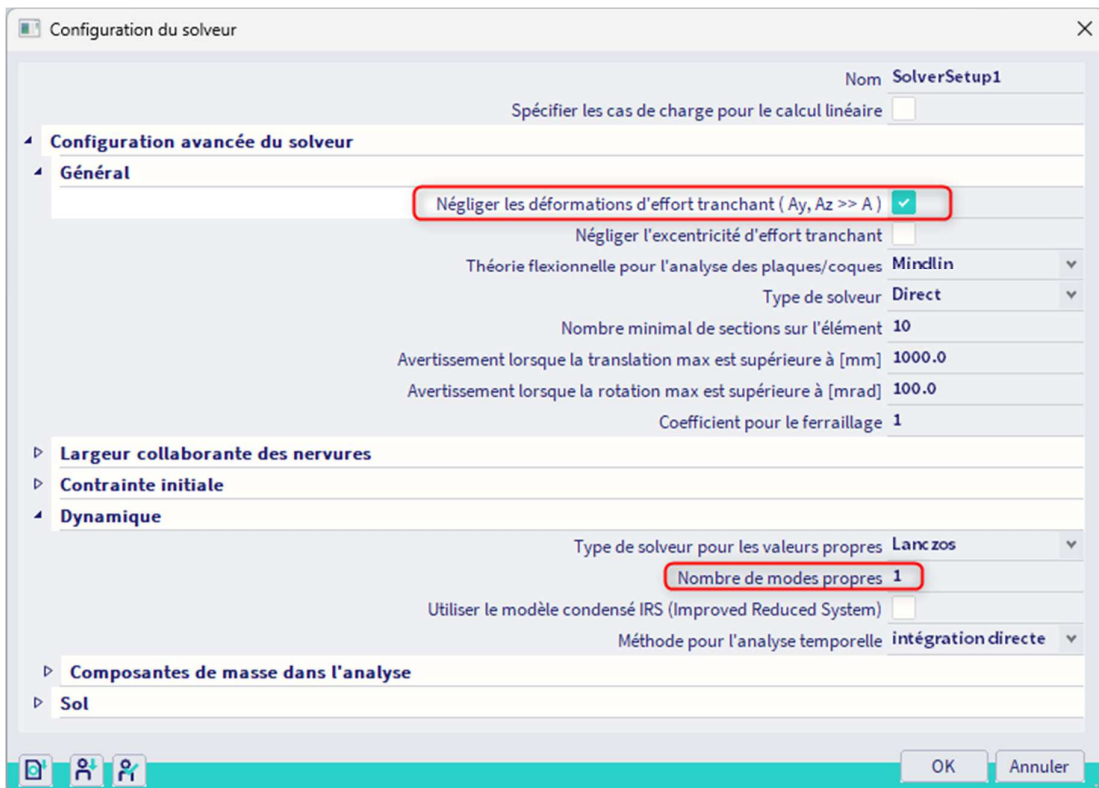


Le **nombre moyen d'éléments de maillage 1D sur les éléments 1D droits** est pris égal à 10.

### Etape 8 : configuration du solveur

La dernière étape avant de lancer le calcul consiste à définir le nombre de modes propres à calculer. Pour cet exemple, un seul mode propre est nécessaire. Dans le menu **Outils / Calcul et Maillage / Configuration du solveur**, le nombre de modes propres est donc de 1.

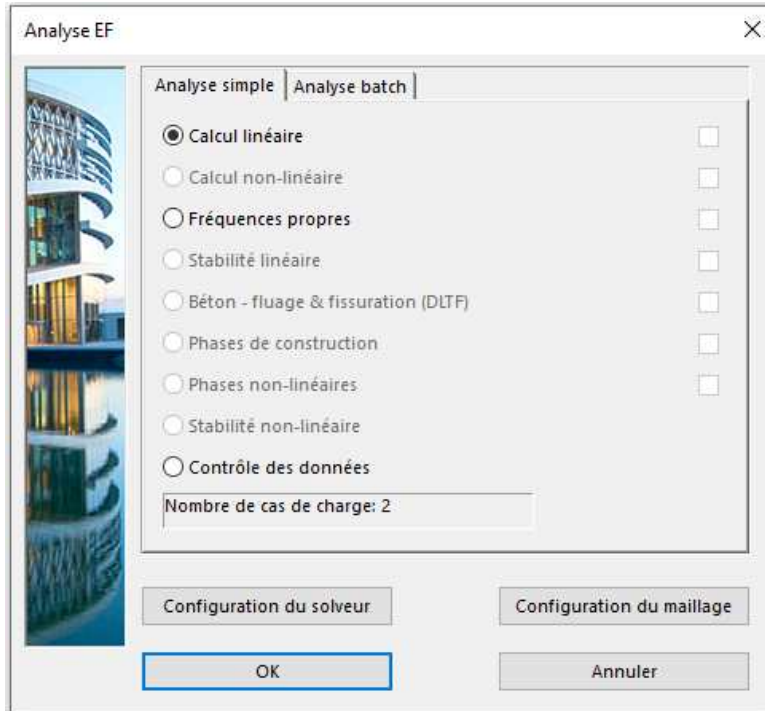
Pour comparer les résultats avec un calcul manuel, les **déformations d'effort tranchant** sont négligées.



**Etape 9 : analyse modale**

Toutes les étapes ont été exécutées, le calcul linéaire peut être lancé à partir du menu **Calcul, Maillage / Calcul** de l'arborescence.

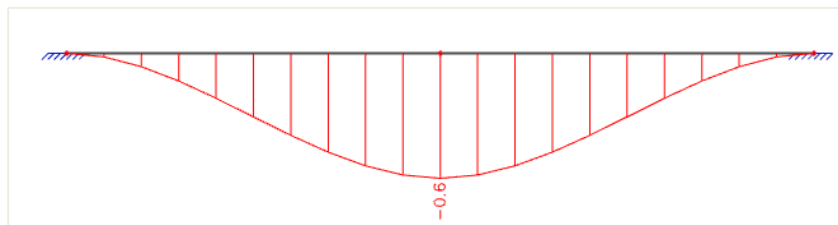
NB : Actuellement, ce calcul ne peut être effectué que sous la version 32 bits de SCIA Engineer et en post-traitement v16 et antérieurs.



Les résultats suivants sont obtenus :

<b>Fréquences propres</b>				
N	f [Hz]	$\omega$ [1/s]	$\omega^2$ [1/s <sup>2</sup> ]	T [s]
<b>Combinaison masse : CM1</b>				
1	21.43	134.66	18132.59	0.05

La déformation pour le cas de charge harmonique est la suivante :



### Structure déformée

Calcul linéaire, Extrême : Global, Système : SCL

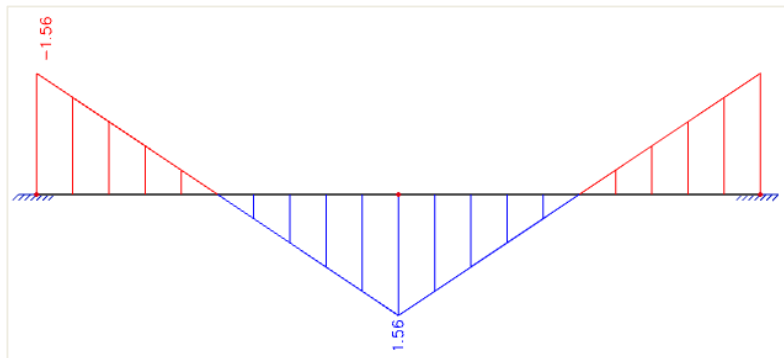
Sél. : Tout

Cas de charge : LC2

Cas	Elément	dx [m]	Ux/ux [mm]	Uz/uz [mm]	Fiy/fiy [mrad]	Resultant [mm]
LC2	B1	0.000	<b>0.0</b>	<b>0.0</b>	0.0	0.0
LC2	B1	3.000	0.0	<b>-0.6</b>	0.0	0.6
LC2	B1	4.500	0.0	-0.3	<b>-0.3</b>	0.3
LC2	B1	1.500	0.0	-0.3	<b>0.3</b>	0.3

Il est cependant très important de garder à l'esprit qu'il s'agit d'une vibration : une demi-période plus tard, la déformation est à la face supérieure de la poutre au lieu de la face inférieure.

Ceci est encore plus clair lorsqu' on regarde le diagramme du moment pour la charge harmonique :



### Efforts internes des barres

Calcul linéaire, Extrême : Global, Système : SCL

Sél. : Tout

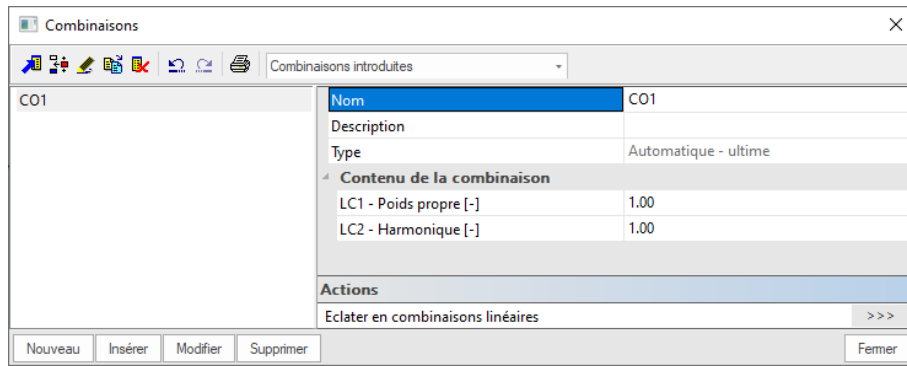
Cas de charge : LC2

Elément	css	dx [m]	Cas	N [kN]	Vz [kN]	My [kNm]
B1	CS2 - IPE200	0.000	LC2	<b>0.00</b>	<b>1.04</b>	<b>-1.56</b>
B1	CS2 - IPE200	5.400	LC2	0.00	<b>-1.04</b>	-0.93
B1	CS2 - IPE200	3.000	LC2	0.00	1.04	<b>1.56</b>

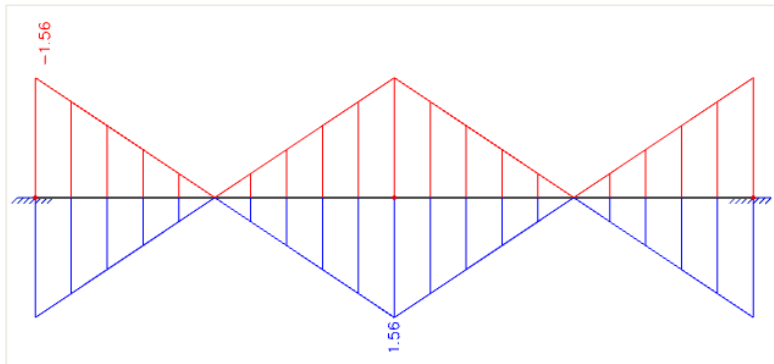
Pour un calcul statique, on s'attend à l'inverse de ce diagramme des moments. Cependant, avec un calcul dynamique, il faut toujours prendre en compte les deux directions du chargement puisque la charge vibre dans les deux directions.

Dans SCIA Engineer, cela peut se faire facilement en créant des combinaisons selon la norme ou de type enveloppe. Dans ces combinaisons générées, le cas de charge dynamique sera pris en compte à la fois avec un coefficient positif et négatif. De cette façon, les vibrations sont considérées dans les deux sens.

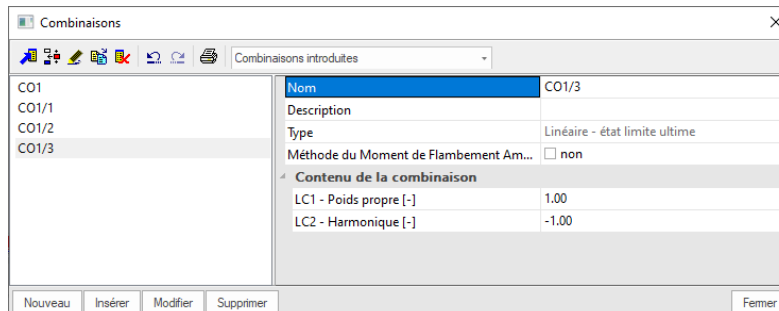
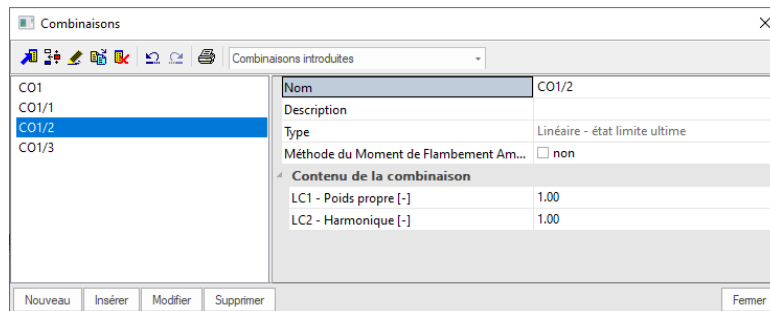
Dans cet exemple, une combinaison de type **Automatique - ultime** est créée. Elle contient le poids propre et le cas de charge harmonique.



Le diagramme des moments pour cette combinaison est le suivant :



L'effet des vibrations est correctement pris en compte : les deux côtés de la vibration sont visibles. Ceci est également indiqué dans la **Clé des Combinaisons** du **Document** qui montre les deux combinaisons linéaires générées à partir de la Combinaison Enveloppe (Extrêmes locaux) :



**Calcul manuel**

Pour vérifier les résultats de SCIA Engineer, un calcul manuel est effectué.

Tout d'abord, la fréquence propre calculée est vérifiée avec la formule (2.3).

Via les tableaux d'ingénierie par défaut [11], la déformation statique maximale de la poutre ayant une longueur L, bloquée à ses deux côtés, et chargée par un effort F en son milieu, est donnée par :

$$\delta_{\max} = \frac{FL^3}{129EI} \quad (3.12)$$

Avec :

$$F = 1,962\text{kN} = 1962\text{N}$$

$$L = 6\text{m} = 6000\text{mm}$$

$$E = 210000\text{N/mm}^2$$

$$I = 19430000\text{mm}^4$$

Alors :

$$\delta_{\max} = \frac{(1962\text{N}) * (6000\text{mm})^3}{129 * 210000 \text{ N/mm}^2 * 19430000\text{mm}^4} = 0,54095\text{mm}$$

La rigidité k de ce système peut être calculée :

$$k = \frac{F}{\delta_{\max}} = \frac{1962\text{N}}{0,54095\text{mm}} = 3626,93 \text{ N/mm} = 3626933,33 \text{ N/m}$$

En appliquant la formule (2.3) :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3626933,33 \text{ N/m}}{200\text{kg}}} = 134,67 \text{ rad/s}$$

Donc :

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \mathbf{21,43\text{Hz}}$$

Ce résultat correspond exactement au résultat calculé par SCIA Engineer.

Maintenant que la fréquence propre est connue, les résultats de la charge harmonique peuvent être vérifiés. La charge harmonique avec une fréquence de 5Hz, ce qui correspond à une fréquence circulaire de 31,416rad/s.

En appliquant la formule (3.8), le rapport de fréquence peut être calculé :

$$r = \frac{v}{\omega} = \frac{31,416 \text{ rad/s}}{134,67 \text{ rad/s}} = 0,233289$$

Le rapport de fréquence peut alors être utilisé dans la formule (3.9) pour calculer le coefficient de majoration dynamique :

$$\frac{Y}{Y_s} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2r\xi)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-0,233289^2)^2 + (2 * 0,233289 * 0,05)^2}} = \mathbf{1,0572}$$

Cela implique que les résultats statiques doivent être multipliés par 1,0572 pour obtenir les résultats dynamiques.

La déformation statique a été calculée égale à  $\delta_{max} = 0,54095\text{mm}$ .

La déformation dynamique est donc égale à  $1,0572 * 0,54095\text{mm} = \mathbf{0,5719\text{mm}}$ .

Ce résultat correspond exactement au résultat calculé par SCIA Engineer.

De la même manière, le moment au milieu de la poutre peut être calculée.

Via les tableaux d'ingénierie par défaut [11], le moment statique maximal au milieu de la poutre ayant une longueur L, bloquée à ses deux côtés, et chargée par un effort F en son milieu, est donné par :

$$M = \frac{FL}{8} = \frac{1,962\text{kN} * 6\text{m}}{8} = 1,4715\text{kN.m}$$

Le moment dynamique est donc égal à  $1,0572 * 1,4715\text{kN.m} = \mathbf{1,556\text{kN.m}}$

Ce résultat correspond exactement au résultat calculé par SCIA Engineer.

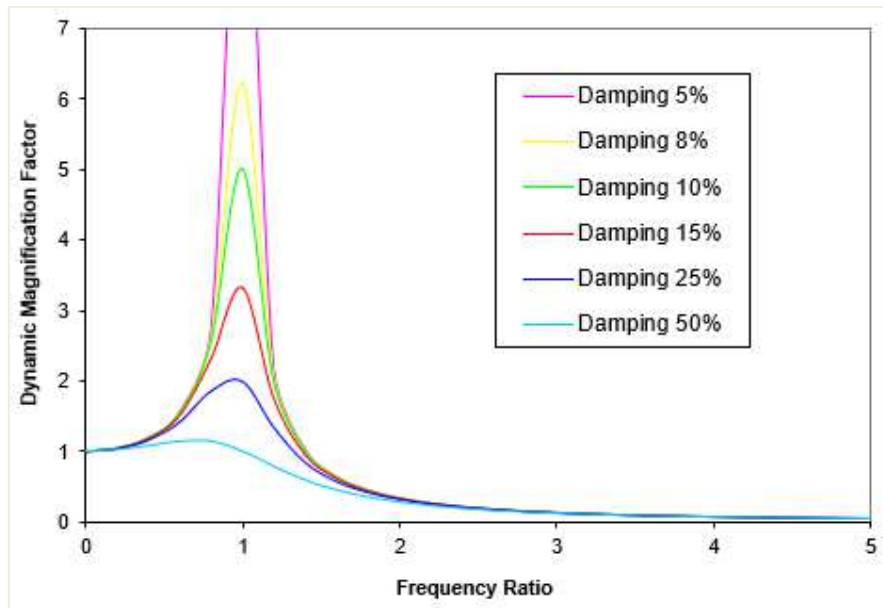
### 10.3. Résonance

Comme spécifié dans la théorie, la résonance se produit lorsque le rapport de fréquence r a une valeur proche de l'unité. Dans ce cas, de grandes valeurs du Facteur d'Amplification Dynamique sont obtenues.

Pour illustrer cela, le calcul du Facteur d'Amplification Dynamique pour cet exemple est répété pour différents rapports de fréquences et pourcentages d'amortissement. Les résultats sont présentés dans le tableau suivant :

Frequency Ratio	Forcing Frequency [Hz]	Mag. factor Damping 5%	Mag. factor Damping 8%	Mag. factor Damping 10%	Mag. factor Damping 15%	Mag. factor Damping 25%	Mag. factor Damping 50%
0,0	0,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,2	4,29	1,0414	1,0411	1,0408	1,0396	1,0361	1,0198
0,4	8,57	1,1891	1,1870	1,1851	1,1785	1,1581	1,0748
0,6	12,86	1,5557	1,5452	1,5357	1,5041	1,4148	1,1399
0,8	17,15	2,7118	2,6173	2,5384	2,3113	1,8582	1,1399
1,0	21,43	10,0000	6,2500	5,0000	3,3333	2,0000	1,0000
1,2	25,72	2,1926	2,0830	1,9952	1,7590	1,3440	0,7824
1,4	30,01	1,0308	1,0144	1,0000	0,9543	0,8417	0,5891
1,6	34,29	0,6377	0,6326	0,6280	0,6127	0,5704	0,4475
1,8	38,58	0,4450	0,4428	0,4408	0,4340	0,4142	0,3480
2,0	42,87	0,3326	0,3315	0,3304	0,3269	0,3162	0,2774
2,2	47,15	0,2600	0,2593	0,2587	0,2567	0,2503	0,2260
2,4	51,44	0,2098	0,2094	0,2090	0,2077	0,2037	0,1876
2,6	55,73	0,1734	0,1732	0,1729	0,1720	0,1694	0,1582
2,8	60,01	0,1461	0,1469	0,1457	0,1451	0,1432	0,1353
3,0	64,30	0,1249	0,1248	0,1246	0,1242	0,1229	0,1170
3,2	68,59	0,1082	0,1081	0,1080	0,1076	0,1066	0,1023
3,4	72,87	0,0946	0,0946	0,0945	0,0943	0,0935	0,0901
3,6	77,16	0,0836	0,0835	0,0835	0,0833	0,0827	0,0801
3,8	81,45	0,0744	0,0743	0,0743	0,0741	0,0737	0,0716
4,0	85,73	0,0666	0,0666	0,0666	0,0665	0,0661	0,0644
4,2	90,02	0,0601	0,0600	0,0600	0,0599	0,0596	0,0583
4,4	94,31	0,0545	0,0544	0,0544	0,0543	0,0541	0,0530
4,6	98,59	0,0496	0,0496	0,0496	0,0495	0,0493	0,0484
4,8	102,88	0,0454	0,0453	0,0453	0,0453	0,0451	0,0443
5,0	107,17	0,0417	0,0416	0,0416	0,0416	0,0414	0,0408

Afin de tirer des conclusions, les résultats numériques sont tracés graphiquement :



Réponse amplitude - fréquence

Tout d'abord, le phénomène de résonance est clairement visible. Lorsque le rapport de fréquence est égal à l'unité, le facteur d'amplification dynamique devient très grand. Cela veut dire qu'une petite charge harmonique peut produire une grande amplitude de vibration.

Deuxièmement, l'influence du taux d'amortissement sur la réponse du système en résonance est considérée comme significative. Avec un taux d'amortissement de **5%**, le facteur d'amplification est d'environ **10**, avec un amortissement de **50%**, le facteur d'amplification est réduit à **1**.

A partir de ce graphique, nous pouvons faire les conclusions suivantes :

La réponse du système à basses fréquences dépend de la **rigidité**. Dans la région de la résonance, la réponse dépend de l'**amortissement** et à hautes fréquences, la réponse est régie par la **masse** du système.

Il est important de garder cela à l'esprit lorsque l'on essaie de réduire la vibration d'une structure. Par exemple, l'augmentation de la valeur de l'amortissement aura peu d'effet si l'excitation et la fréquence de réponse sont dans une région loin de la résonance comme celle contrôlée par la masse de la structure.

L'effet de résonance peut aussi être illustré dans SCIA Engineer.

Dans le projet « Exemple 3-2 », la fréquence d'excitation est de 5Hz. La fréquence propre est de 21,43 Hz. Nous ne sommes donc pas dans la zone de résonance.

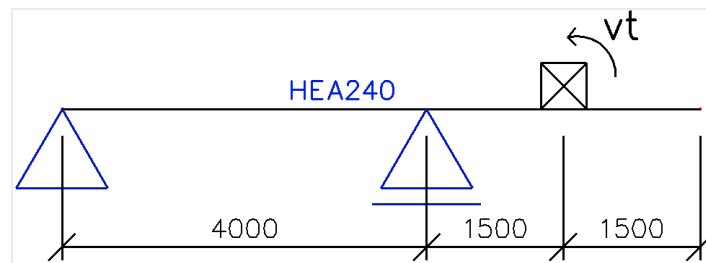
Pour voir la réponse en fonction de la fréquence, il est possible de créer plusieurs cas de charge avec des fréquences d'excitation différentes. Vous pouvez facilement faire cela en copiant le cas de charge existant et en changeant la fréquence d'excitation. Cela est présenté dans le prochain exemple.

#### Exemple 10-2 :

Un moteur électrique avec une masse de **500 kg** est monté sur une poutre en porte-à-faux simplement appuyée. La poutre a une section transversale de type **HEA 240** et est fabriquée en **S235** selon l'**EC-EN**. La poutre a une longueur de **4m** et le porte-à-faux est de **3m**.

Le moteur a un déséquilibre de **0,6 kgm**. Le taux d'amortissement du système est pris égal à **10%**.





Le moteur peut fonctionner aux vitesses de **800, 1000 et 1200 tours par minute**. Pour chacune de ces vitesses, l'amplitude de vibration forcée doit être calculée afin de vérifier, par exemple, si les vibrations induites par le moteur sont acceptables.

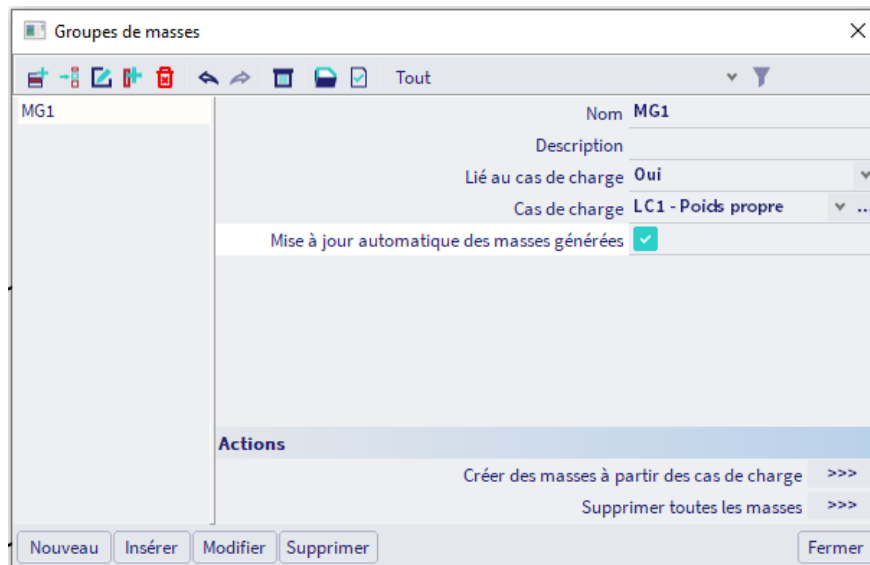
Un cas de charge statique est créé : le **poids propre** de la poutre. Toutefois, afin de ne pas prendre le poids propre en compte pour le calcul dynamique, la masse volumique du **S235** peut être réduite à **1 kg/m³** dans la bibliothèque des **Matériaux**. Ceci rendra la vérification des résultats par un calcul manuel plus facile. Un nœud a été ajouté au milieu du porte-à-faux pour spécifier l'emplacement du moteur.

### Etape 1 : fonctionnalité

La première étape dans le calcul dynamique est d'activer la fonctionnalité « **Dynamique** » dans l'onglet « **Fonctionnalité** » des « **Paramètres du projet** ».

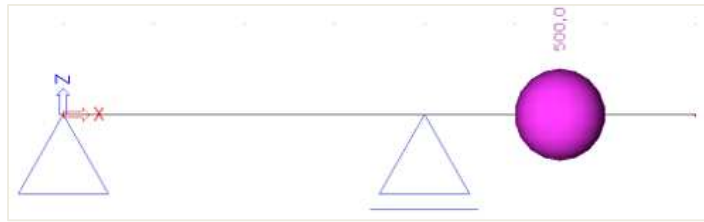
### Etape 2 : groupe de masse

Ensuite, il faut créer un « **Groupe de masse** ».



### Etape 3 : introduction de la masse

Après la création des groupes de masse, la masse du moteur de **500kg** peut être introduite au milieu du porte-à-faux :



#### Etape 4 : matrice de masse

Ensuite, une « **Combinaison de Groupes de Masses** » est créée à partir des groupes de masses. Celle-ci peut être utilisée pour définir les charges harmoniques avec les différentes vitesses.



#### Etape 5 : définition de cas de charges harmoniques

Après avoir créé une combinaison de groupes de masses, trois cas de charges **harmoniques** peuvent être définis, un pour chaque vitesse.

Chaque cas de charge utilise la même combinaison de masses et a les mêmes caractéristiques d'amortissement.

Le taux d'amortissement est pris égal à 10%. En appliquant la formule (3.11), le décrément logarithmique peut être calculé :

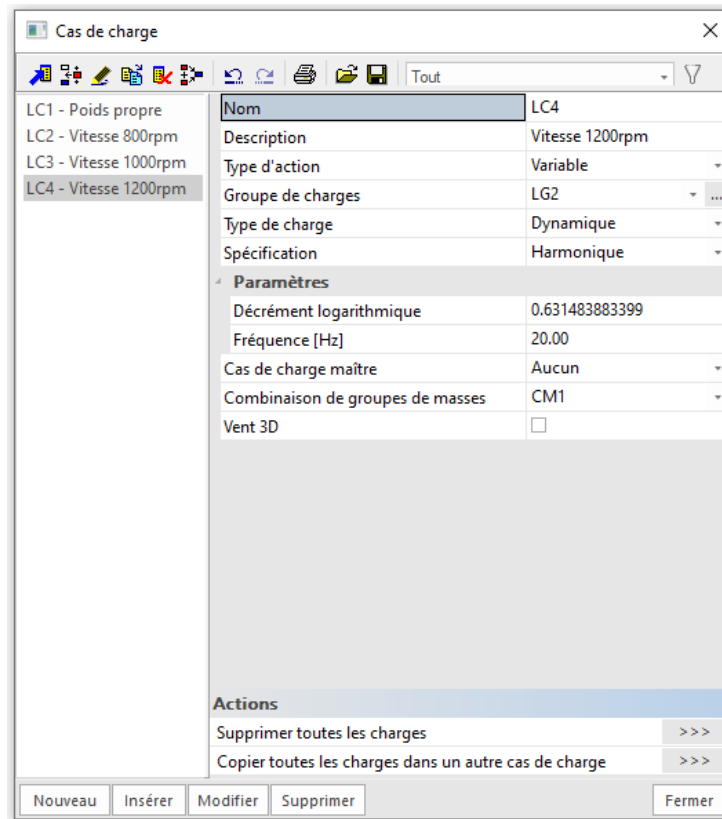
$$\Lambda = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{2 * \pi * 0,10}{\sqrt{1 - (0,10)^2}} = 0,631483883399$$

La fréquence d'excitation est différente pour chaque cas de charge et peut être calculée à partir des vitesses :

$$v_{800} = 800\text{rpm} * \frac{2\pi\text{rad}}{1\text{rev}} * \frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 83,78 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \quad f_{800} = 13,33\text{Hz}$$

$$v_{1000} = 1000\text{rpm} * \frac{2\pi\text{rad}}{1\text{rev}} * \frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 104,72 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \quad f_{1000} = 16,67\text{Hz}$$

$$v_{1200} = 1200\text{rpm} * \frac{2\pi\text{rad}}{1\text{rev}} * \frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 125,66 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \quad f_{1200} = 20,00\text{Hz}$$



**Etape 6 : introduction de charges ponctuelles dans les cas de charges harmoniques**

Les paramètres des cas de charges harmoniques ont été définis, ce qui reste à faire est de saisir l'amplitude des trois efforts d'excitation.

En utilisant la formule (3.31), ces forces peuvent être calculées à partir de la fréquence angulaire d'excitation et de déséquilibre de masse.

$$F_{800} = m_r \cdot e \cdot v_{800}^2 = 0,6\text{kgm} * (83,78 \text{ rad/s})^2 = 4211,03\text{N} = 4,21\text{kN}$$

$$F_{1000} = m_r \cdot e \cdot v_{1000}^2 = 0,6\text{kgm} * (104,72 \text{ rad/s})^2 = 6579,74\text{N} = 6,58\text{kN}$$

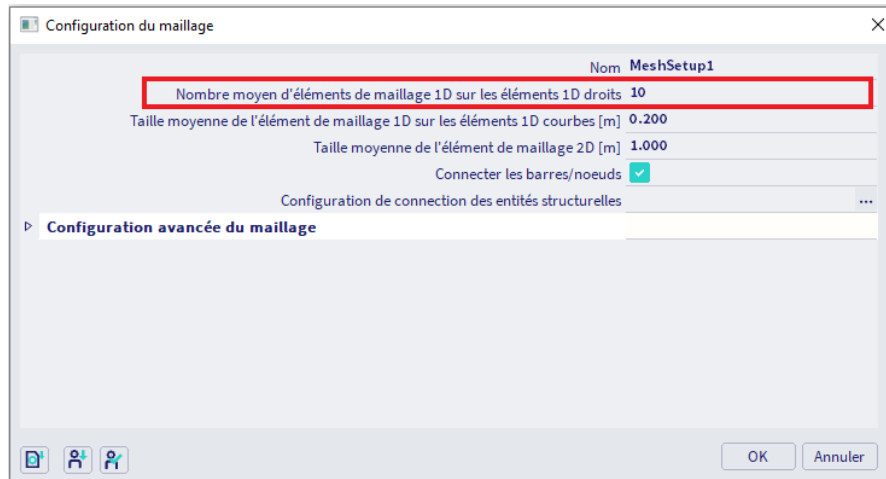
$$F_{1200} = m_r \cdot e \cdot v_{1200}^2 = 0,6\text{kgm} * (125,66 \text{ rad/s})^2 = 9474,82\text{N} = 9,47\text{kN}$$

Les charges sont introduites à travers le menu **Charges / Charge ponctuelle / Au nœud** de l'arborescence.



**Etape 7 : configuration du maillage**

Pour obtenir des résultats précis dans le cas du calcul dynamique, le maillage doit être raffiné. Ceci peut être réalisé en allant dans **Outils / Calcul et maillage / Configuration du maillage**.

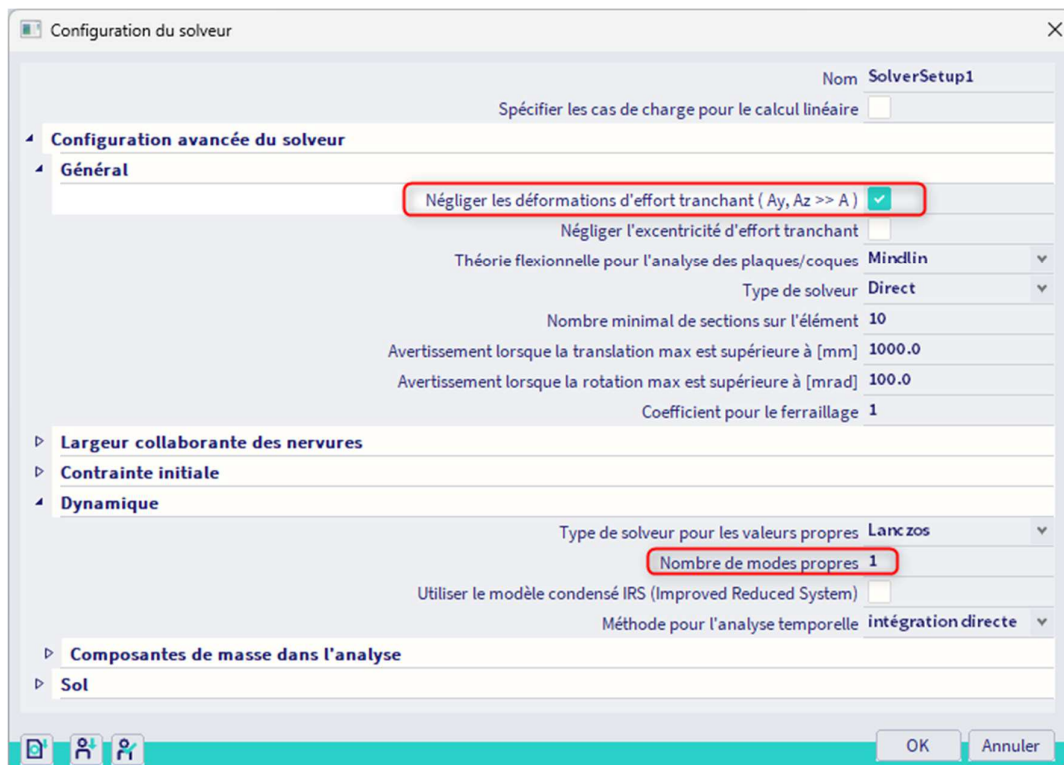


Le **nombre moyen d'éléments de maillage 1D sur les éléments 1D droits** est pris égal à 10.

**Etape 8 : configuration du solveur**

La dernière étape avant de lancer le calcul consiste à définir le nombre de modes propres à calculer. Pour cet exemple, un seul mode propre est nécessaire. Dans le menu **Outils / Calcul et maillage / Configuration du solveur**, le nombre de modes propres est donc de 1.

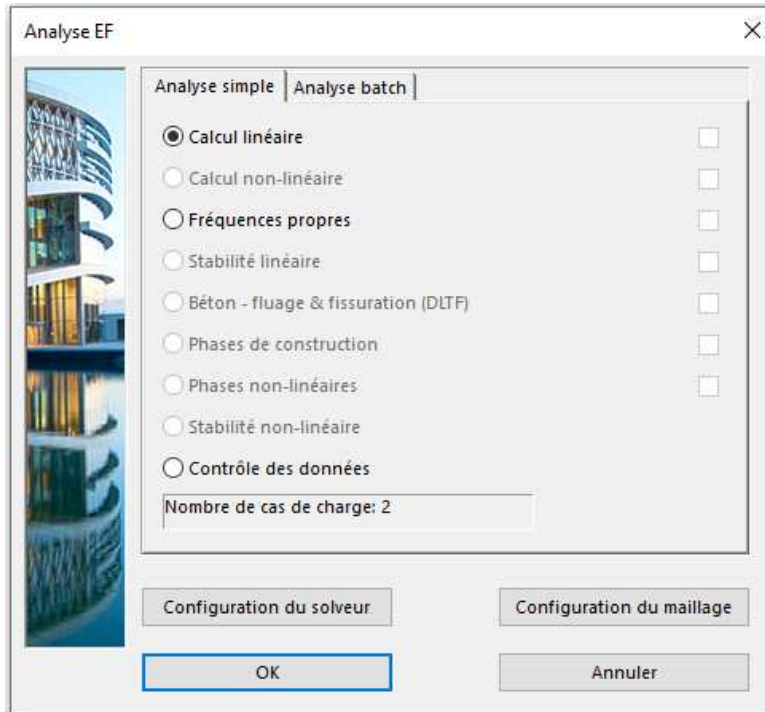
Pour comparer les résultats avec un calcul manuel, les **déformations d'effort tranchant** sont négligées.



**Etape 9 : analyse modale**

Toutes les étapes ont été exécutées, le calcul linéaire peut être lancé à partir du menu **Calcul, Maillage / Calcul** de l'arborescence.

NB : Actuellement, ce calcul ne peut être effectué que sous la version 32 bits de SCIA Engineer et en post-traitement v16 et antérieurs.



Les résultats suivants sont obtenus :

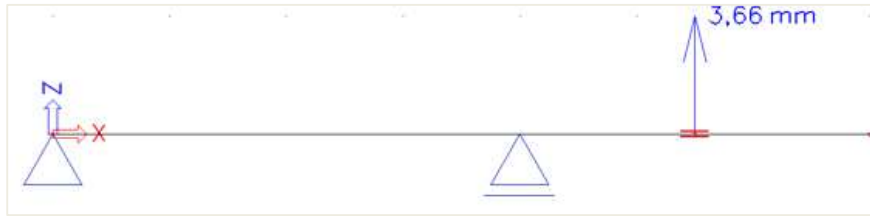
<b>Fréquences propres</b>				
N	f [Hz]	$\omega$ [1/s]	$\omega^2$ [1/s <sup>2</sup> ]	T [s]
<b>Combinaison masse : CM1</b>				
1	14.15	88.88	7899.96	0.07

Les déplacements des nœuds pour les cas de charges harmoniques à l'emplacement du moteur sont les suivantes :

- A 800 tours / minute :



- A 1000 tours / minute :



- A 1200 tours / minute :



Comme indiqué dans l'exemple précédent, il est important de garder à l'esprit que les signes ne sont pas pertinents puisqu'une vibration se produit des deux côtés de la position d'équilibre.

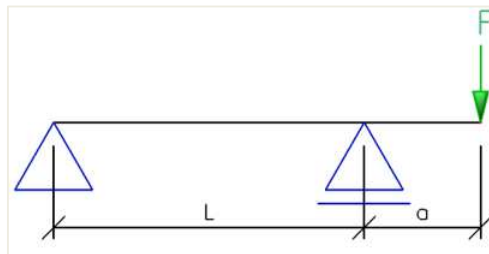
### Calcul manuel

Pour vérifier les résultats de SCIA Engineer, un calcul manuel est effectué [15].

Tout d'abord, la fréquence propre calculée est vérifiée avec la formule (2.3).

Via les tableaux d'ingénierie par défaut [11], la déformation statique maximale d'une poutre simplement appuyée ayant une longueur L, avec un porte-à-faux de longueur a, et chargée par un effort F en bout de console, est donnée par :

$$\delta_{\max} = \frac{Fa^2(L + a)}{3EI} \quad (3.14)$$



La rigidité k de ce système peut être calculée :

$$k = \frac{F}{\delta_{\max}} = \frac{3EI}{a^2(L + a)}$$

Avec :

- L = 4m = 4000mm
- a = 1,5m = 1500mm
- E = 210000N/mm<sup>2</sup>
- I = 77600000mm<sup>4</sup>

Donc :

$$k = \frac{3 * (210000 \text{ N/mm}^2) * (77600000 \text{ mm}^4)}{(1500 \text{ mm})^2 * (4000 \text{ mm} + 1500 \text{ mm})} = 3950,55 \text{ N/mm} = 3950545,45 \text{ N/m}$$

En appliquant la formule (2.3) :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3950545,45 \text{ N/m}}{500 \text{ kg}}} = 88,89 \text{ rad/s}$$

Donc :

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \mathbf{14,15 \text{ Hz}}$$

Ce résultat correspond exactement au résultat calculé par SCIA Engineer.

En appliquant la formule (3.8), les rapports de fréquence peuvent être calculés pour chaque vitesse de moteur :

$$r_{800} = \frac{v_{800}}{\omega} = \frac{83,78 \text{ rad/s}}{88,89 \text{ rad/s}} = 0,9425$$

$$r_{1000} = \frac{v_{1000}}{\omega} = \frac{104,72 \text{ rad/s}}{88,89 \text{ rad/s}} = 1,1781$$

$$r_{1200} = \frac{v_{1200}}{\omega} = \frac{125,66 \text{ rad/s}}{88,89 \text{ rad/s}} = 1,4137$$

Le rapport de fréquence peut alors être utilisé dans la formule (3.9) pour calculer le coefficient de majoration dynamique.

En appliquant également la formule (3.4), l'amplitude dynamique peut être calculée pour chaque vitesse :

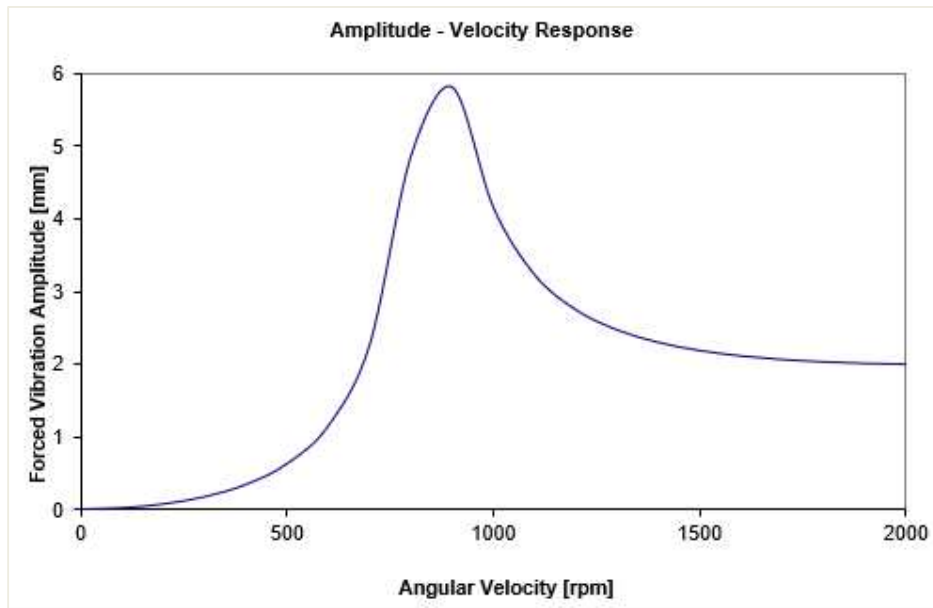
$$Y_{800} = \frac{F_{800}/k}{\sqrt{(1 - r_{800}^2)^2 + (2r_{800}\xi)^2}} = \frac{4211,03 \text{ N} / 3950545,45 \text{ N/m}}{\sqrt{(1 - 0,9425^2)^2 + (2 * 0,9425 * 0,10)^2}} = 4,86 \text{ mm}$$

$$Y_{1000} = \frac{F_{1000}/k}{\sqrt{(1 - r_{1000}^2)^2 + (2r_{1000}\xi)^2}} = \frac{6579,74 \text{ N} / 3950545,45 \text{ N/m}}{\sqrt{(1 - 1,1781^2)^2 + (2 * 1,1781 * 0,10)^2}} = 3,67 \text{ mm}$$

$$Y_{1200} = \frac{F_{1200}/k}{\sqrt{(1 - r_{1200}^2)^2 + (2r_{1200}\xi)^2}} = \frac{9474,82 \text{ N} / 3950545,45 \text{ N/m}}{\sqrt{(1 - 1,4137^2)^2 + (2 * 1,4137 * 0,10)^2}} = 2,31 \text{ mm}$$

Ces résultats correspondent exactement aux résultats calculés par SCIA Engineer.

De la même manière que dans l'exemple précédent, le calcul peut se répéter pour diverses vitesses angulaires. Les résultats sont présentés graphiquement dans la figure ci-dessous !



Réponse amplitude - vitesse

Note :

-----  
*La caractéristique principale est la décroissance de l'amplitude de vibration lorsque la fréquence de l'effort augmente en s'éloignant de la résonance [15].*  
-----



## Chapitre 11: AMORTISSEMENT

Dans les chapitres précédents, nous avons vu l'influence de l'amortissement dans la réponse dynamique de la structure. L'effet de l'amortissement est surtout significatif dans le voisinage de la résonance.

Dans ce chapitre, l'amortissement sera considéré plus en détail. La théorie sera tout d'abord présentée et ensuite nous verrons les étapes qui permettent d'introduire l'amortissement non-uniforme dans SCIA Engineer.

En utilisant les exemples du chapitre précédent, l'influence de l'amortissement sur la réponse sismique est illustrée. Le chapitre se termine avec une structure en 3D, qui prend en compte l'amortissement des différents matériaux.

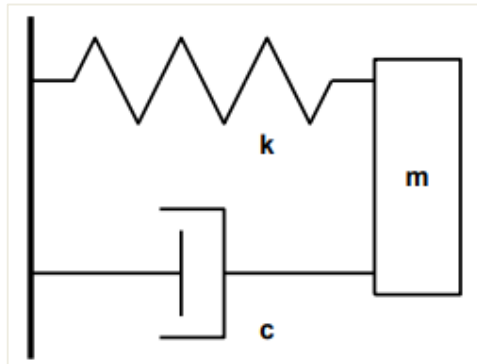
### 11.1. Théorie

L'amortissement peut avoir différentes causes. La composante qui est toujours présente est l'amortissement structurel. L'amortissement structurel est causé par l'hystérésis dans le matériau : la conversion de petites quantités d'énergie en chaleur pour chaque cycle de vibration et augmenté par la friction entre les pièces internes.

D'autres causes peuvent être le sol de fondation et l'amortissement aérodynamique du bâtiment du à la déviation de l'énergie par l'air [22]. Dans de nombreux cas, l'amortissement est augmenté en ajoutant des amortisseurs artificiels à la structure.

De la même manière que dans les chapitres précédents, la théorie est exposée. Un aperçu complet peut être trouvé dans la référence [1].

Considérons le système amorti en vibration libre suivant :



Un corps de masse  $m$  peut se déplacer dans une direction. Un ressort de raideur constante  $k$ , est fixé à une extrémité et attaché à l'autre extrémité à la masse. La masse est également soumise à un amortissement d'une capacité  $c$ .

L'équation du mouvement, en utilisant une notation matricielle peut être écrite comme suit :

$$M \cdot \ddot{x}(t) + C \cdot \dot{x}(t) + K \cdot x(t) = 0 \quad (5.1)$$

Une solution possible est du type :

$$x = A \cdot e^{st} \tag{5.2}$$

En remplaçant (5.2) dans (5.1) on obtient :

$$M \cdot s^2 \cdot A \cdot e^{st} + C \cdot s \cdot A \cdot e^{st} + K \cdot A \cdot e^{st} = 0 \tag{5.3}$$

Cette équation peut être réécrite :

$$s^2 + 2 \cdot n \cdot s + \omega_n^2 = 0 \tag{5.4}$$

Avec :

$$n = \frac{C}{2M} \tag{5.5}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \tag{5.6}$$

Les solutions possibles pour l'équation (5.4) sont :

$$s = -n \pm \sqrt{n^2 - \omega_n^2} \tag{5.7}$$

Il est clair que la réponse du système dépend de la valeur numérique du radical. Par conséquent, les trois possibilités suivantes doivent être considérées :

$$\begin{aligned} n &= \omega_n \\ n &< \omega_n \\ n &> \omega_n \end{aligned} \tag{5.8}$$

Cela peut être réécrit :

$$\begin{aligned} C &= 2 \cdot \sqrt{K \cdot M} \\ C &< 2 \cdot \sqrt{K \cdot M} \\ C &> 2 \cdot \sqrt{K \cdot M} \end{aligned} \tag{5.9}$$

La condition  $C = 2 \cdot \sqrt{K \cdot M} = C_c$  est appelée *amortissement critique*. Dans ce cas, le corps est restauré à l'équilibre dans les plus brefs délais, sans oscillation.

Le rapport  $\xi$  est appelé **taux d'amortissement** ou **amortissement relatif** :

$$\xi = \frac{C}{C_c}$$

En supposant que  $n = \xi \cdot \omega_n$ , l'équation (5.5) peut être écrite :

$$C = 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot M \tag{5.10}$$

Les trois possibilités de l'équation (5.8) peuvent être réécrites :

$$\begin{aligned} \xi &= 1 \\ \xi &< 1 \\ \xi &> 1 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Lorsqu'on regarde les conditions  $\xi = 1$  et  $\xi > 1$ , il peut être démontré qu'il n'existe aucune solution harmonique.

Seule la condition  $\xi < 1$  donne une solution harmonique.

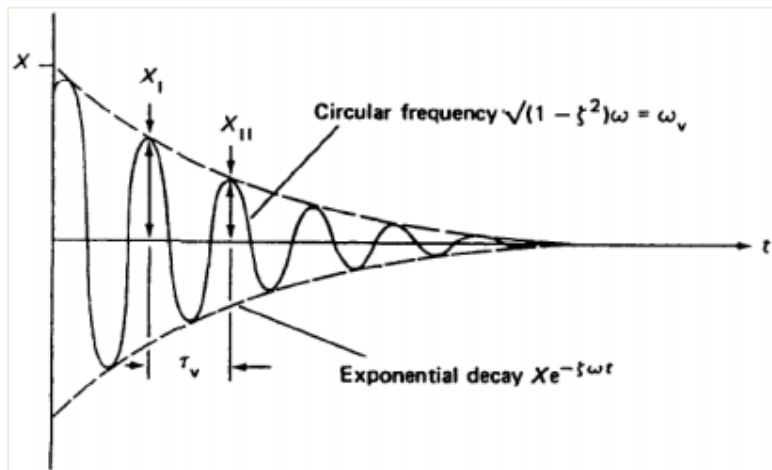
En introduisant la **fréquence circulaire amortie** :

$$\omega_D = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2}$$

la solution de l'équation (5.1) peut être écrite :

$$x = e^{-\xi\omega_n t} \cdot \{A \cdot \cos(\omega_D t) + B \cdot \sin(\omega_D t)\} \tag{5.12}$$

Dans le chapitre 2, cette vibration a été illustrée à travers la figure suivante :



Une façon pratique pour déterminer l'amortissement du système est de l'écrire sous forme de **décroissement logarithmique  $\Lambda$** . Il s'agit du logarithme népérien du rapport de deux amplitudes successives dans la même direction.

$$\Lambda = \ln \frac{X_1}{X_{11}} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \tag{5.13}$$

**Remarque :**

Comme indiqué plus haut, la fréquence circulaire est réduite par l'action de l'amortissement pour obtenir la fréquence circulaire amortie. Cependant, dans de nombreux systèmes, cette réduction est faible parce que les valeurs de  $\xi$  sont généralement petites, par exemple, dans la plupart des structures d'ingénierie  $\xi$  est rarement plus grand que 0,02. Même lorsque  $\xi = 0,2$ ;  $\omega_D = 0,98\omega_n$

L'annexe B donne quelques références des valeurs numériques du ratio d'amortissement.

## 11.2. Amortissement dans SCIA Engineer

Dans SCIA Engineer, l'amortissement peut être spécifié sur les éléments 1D, 2D et les appuis. L'amortissement de chacun de ces éléments sera utilisé pour calculer un taux d'amortissement modal pour toute la structure pour chaque mode propre. Dans la littérature on parle d'**amortissement non uniforme**.

L'amortissement non uniforme est utilisé pour les structures en acier boulonnées partiellement, soudées partiellement, les structures mixtes acier-béton, les constructions sur sol, ...

Pour les systèmes structuraux qui se composent d'éléments avec différentes propriétés d'amortissement, la matrice d'amortissement  $C$  peut être obtenue par une superposition appropriée des matrices d'amortissement des éléments individuels  $C_i$  :

$$C = \sum_{i=1}^N C_i \quad (5.14)$$

Avec :

$C_i$  : la matrice d'amortissement pour l' $i^{\text{ème}}$  élément dans le système de coordonnées globales.  
 $N$  : le nombre d'éléments qui sont assemblés.

### Amortissement proportionnel (Amortissement de Rayleigh)

Une façon de décrire l'amortissement consiste à supposer que la matrice d'amortissement est faite d'une combinaison linéaire des matrices de masse et de rigidité.

$$C_i = \alpha_i \cdot M_i + \beta_i \cdot K_i \quad (5.15)$$

Avec :

$\alpha_i$  et  $\beta_i$  : coefficients d'Amortissement Proportionnels pour la  $i^{\text{ème}}$  partie de la structure.  
 $M_i$  : matrice de masse pour la  $i^{\text{ème}}$  partie de la structure dans le système de coordonnées global.  
 $K_i$  : matrice de rigidité pour la  $i^{\text{ème}}$  partie de la structure dans le système de coordonnées global

Les formules pour ces coefficients d'amortissement proportionnels sont données dans la référence [19]. Des exemples sont donnés dans la référence [20].

### Amortissement pondéré par la rigidité

Pour les structures qui se composent de sous-structures majeures ou de composants avec différentes caractéristiques d'amortissement, les valeurs composites d'amortissement peuvent être calculées en utilisant l'énergie élastique de la structure [8], [21]:

$$\xi_j = \frac{\sum_{i=1}^N \xi_i \cdot E_i}{E} \quad (5.16)$$

Avec :

$\xi_j$  : taux d'amortissement du mode propre considéré.  
 $E$  : énergie élastique de la structure, associée avec le déplacement modale du mode propre considéré.  
 $N$  : nombre de sous-structures.  
 $\xi_i$  : taux d'amortissement de la  $i^{\text{ème}}$  sous-structure.  
 $E_i$  : énergie élastique de la  $i^{\text{ème}}$  sous-structure, associée avec le déplacement modale du mode propre considéré.

L'équation (5.16) peut être réécrite sous la forme suivante [19] :

$$\xi_j = \frac{\Phi_j^T \cdot [\sum_{i=1}^N [\xi K]_i] \cdot \Phi_j}{\omega_j^2} \quad (5.17)$$

Avec :

$[\xi K]_i$  : matrice de rigidité de la  $i^{\text{me}}$  sous-structure dans le système de coordonnées globales, multipliée par le taux d'amortissement modal de la  $i^{\text{me}}$  sous-structure.

**Remarque :**

*Cette formule peut être utilisée tant que les valeurs d'amortissement résultantes sont à moins de 20% des valeurs critiques. Si des valeurs supérieures à 20% sont calculées, des justifications sont nécessaires.*

Comme il a été précisé, dans SCIA Engineer, un taux d'amortissement peut être introduit pour chaque élément. L'amortissement du matériel à partir duquel l'élément est fabriqué peut également être utilisé.

Lorsqu'aucun taux d'amortissement n'est saisi pour un élément, une valeur par défaut sera utilisée puisque tous les éléments ont besoin d'un taux d'amortissement pour pouvoir appliquer les formules ci-dessus. Nous verrons dans l'exemple suivant comment introduire cette valeur par défaut.

De façon analogue à l'introduction des autres objets dans SCIA Engineer, les **Amortissements** seront regroupés dans un **Groupe d'Amortissement**. À son tour, ce groupe peut être attribué à une **Combinaison de Groupes de Masses**.

### Amortissement d'appui

En plus de l'amortissement des éléments 1D et 2D, SCIA Engineer permet d'introduire une valeur d'amortissement pour les appuis flexibles aux nœuds. Le taux d'amortissement modal  $\xi_j$  est calculé avec la formule suivante :

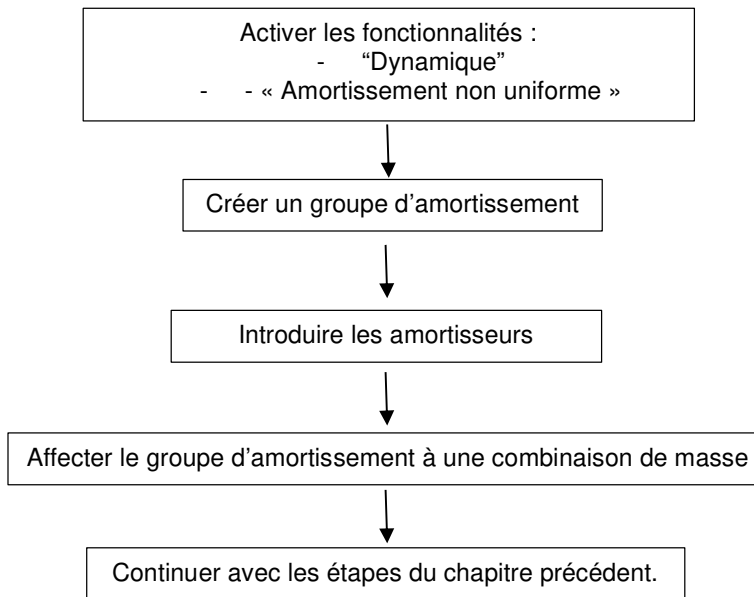
$$\xi_j = \alpha \cdot \frac{\Phi_{s,j}^T \cdot [\sum_s C_s] \cdot \Phi_{s,j}}{4 \cdot \omega_j} \quad (5.18)$$

Avec :

- $\omega_j$  : la fréquence angulaire du mode j
- $\Phi_{s,j}$  : le déplacement modal à l'appui pour le mode j
- $C_s$  : la constante d'amortissement pour l'appui
- $\alpha$  : un paramètre défini par l'utilisateur ( $> 0$ )

Le taux d'amortissement modal total peut alors être calculé comme la somme des équations (5.17) et (5.18). Comme cela a déjà été précisé, l'amortissement doit être défini sur tous les éléments 1D et 2D. Ce n'est pas le cas pour les appuis : certains appuis peuvent ne pas avoir de valeur d'amortissement.

Le schéma suivant montre comment l'amortissement non uniforme est introduit dans SCIA Engineer :



L'utilisation des amortisseurs et le calcul du taux d'amortissement total seront illustrés dans les exemples suivants.

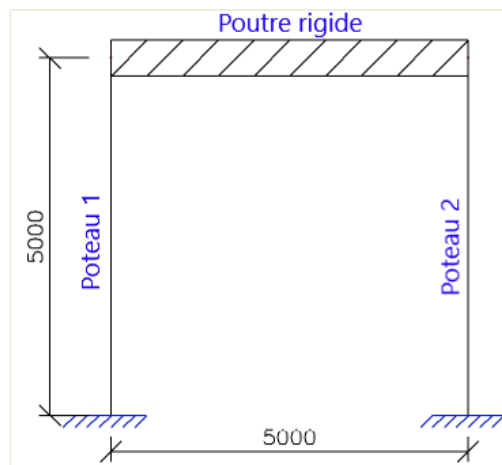
**NB : La fonctionnalité d'amortissement n'est valable qu'en version 32 bits.**

**Exemple 11-1 :**

Dans cet exemple, est illustré le principe de l'amortissement pondéré par la rigidité.

Un portique en béton avec une poutre supposée rigide est modélisé. Dans ce cas, seuls les poteaux participent à la rigidité horizontale du portique.

Le poteau de gauche a une section de forme **Rectangulaire 500 x 500**, le poteau de droite a une section de forme **Rectangulaire 350 x 350**. Les bases des poteaux sont modélisées comme rigides. Pour modéliser la poutre rigide, une section de forme **Rectangulaire 500000 x 500000** est utilisée. Pour s'assurer que cette poutre se comporte de manière rigide, dans les nœuds entre les poteaux et la poutre, nous définissons des appuis fixes en **Translation selon Z** et en **Rotation autour de Y**. La hauteur des poteaux et la longueur de la poutre sont prises égales à **5m**. Tous les éléments sont en béton **C30/37** selon l'**EC-EN**.



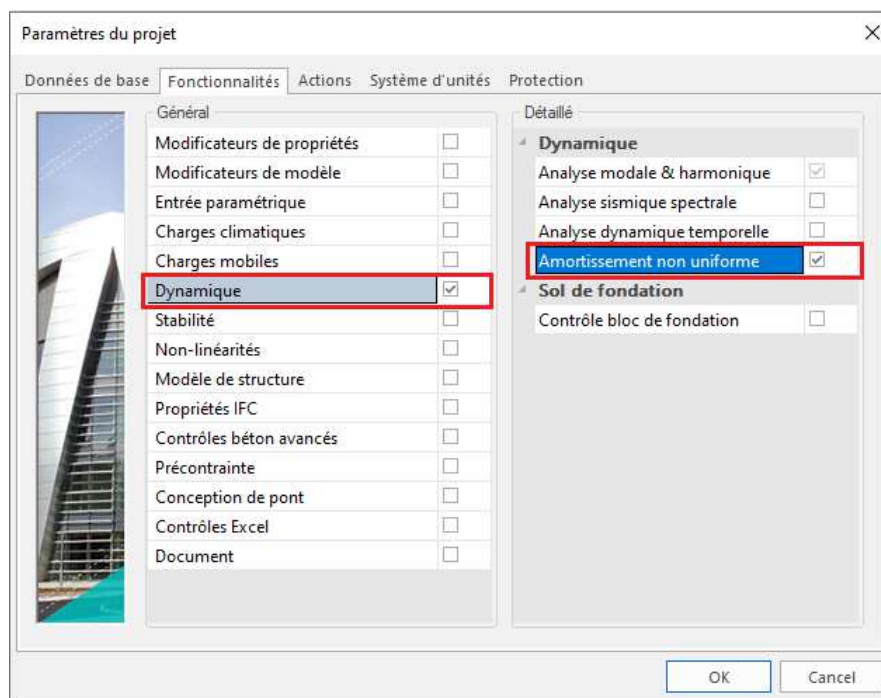
La poutre est chargée par une masse répartie de **500 kg / m**. Le poteau de gauche a un taux d'amortissement de **12%**, le poteau de droite a un amortissement de **3%**.

Un cas de charge statique est créé : le **poids propre** de la poutre. Toutefois, afin de ne pas prendre le poids propre en compte pour le calcul dynamique, la masse volumique du matériau **C30/37** peut être réduite à **1e-10 kg / m<sup>3</sup>** dans la bibliothèque des **Matériaux**. Cette faible valeur est choisie pour éviter toute influence causée par la poutre rigide.

Les étapes de calcul des fréquences propres sont suivies et complétées par l'introduction de l'amortissement.

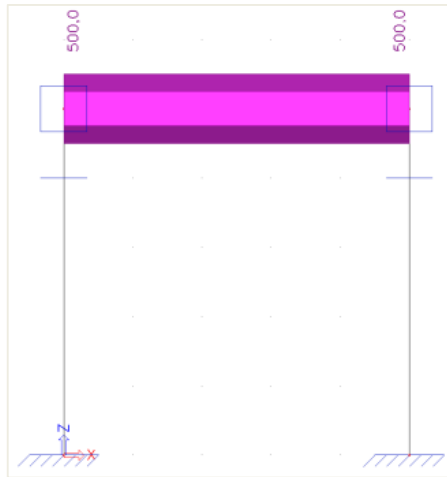
### Etape 1 : fonctionnalité

La première étape dans le calcul dynamique est d'activer les fonctionnalités « Dynamique » et « Amortissement non uniforme » dans l'onglet « Fonctionnalité » des « Paramètres du projet » :



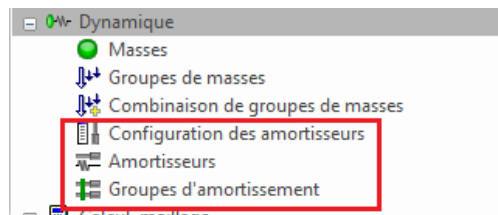
### Etape 2 : groupe de masse et masses

La seconde étape consiste à créer un groupe de masse. Une masse de 500kg/m peut être introduite sur la poutre rigide.

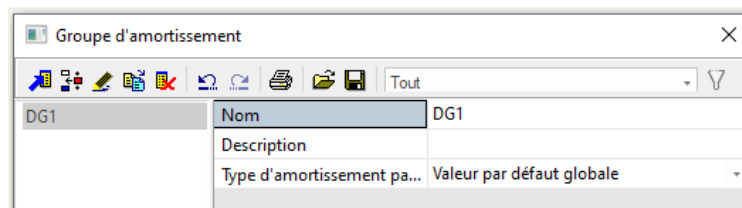


### Etape 3 : amortissement

Avant de créer une **combinaison de groupe de masses**, les amortisseurs sont introduits :



Tout d'abord, un groupe d'amortissement est créé :



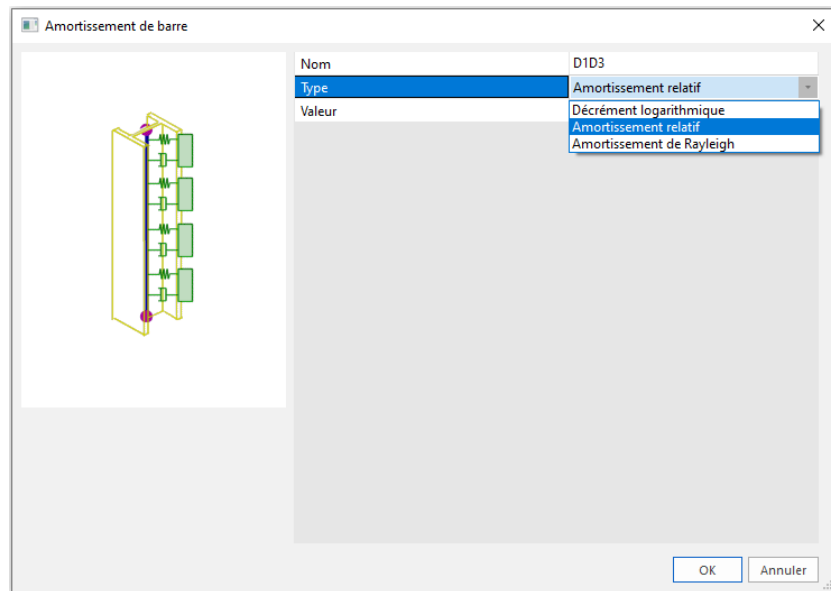
Comme spécifié dans la théorie, sur chaque élément un coefficient d'amortissement doit être défini. Quand aucun amortissement n'a été spécifié, une valeur par défaut sera utilisée. Dans les propriétés du **Groupe d'Amortissement**, ce défaut peut être défini comme étant soit un :

- « Défaut Global » : le décrétement logarithmique spécifié dans la **Configuration des Amortisseurs** sera utilisé.
- « Défaut selon le Matériau » : le décrétement logarithmique du matériau sera utilisé.

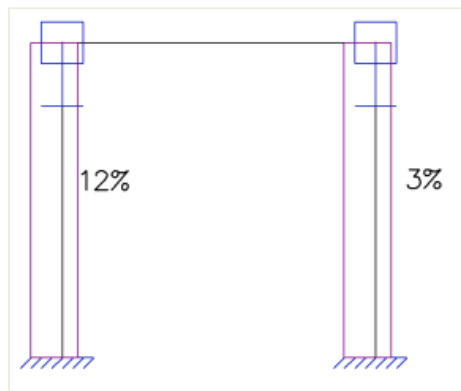
Dans cet exemple, le défaut global est choisi.

Après la création d'un **Groupe d'Amortissement**, les **Amortisseurs** peuvent être introduits. Dans cet exemple, l'**amortissement 1D** doit être saisi pour les poteaux. Comme expliqué dans la théorie, l'amortissement peut être saisi par les moyens suivants :

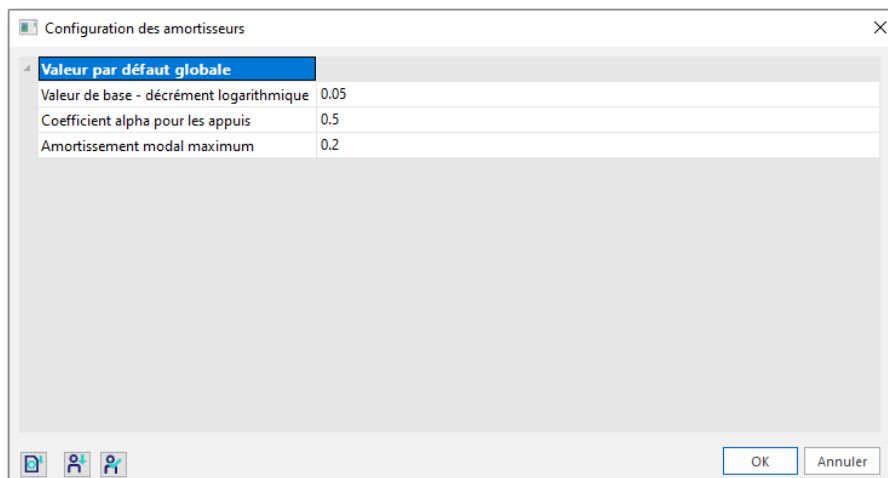




Sur le poteau de gauche, un **amortissement relatif** de **0,12** est introduit.  
 Sur le poteau de droite, un **amortissement relatif** de **0,03** est introduit.



L'étape finale consiste à vérifier les paramètres généraux à travers la **Configuration des Amortisseurs** :

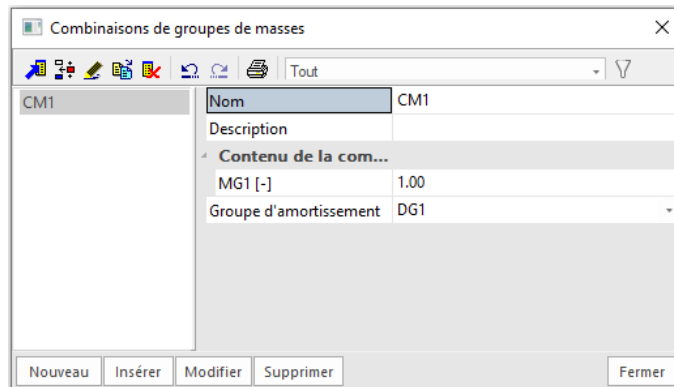


La valeur de base spécifie la valeur par défaut quand un Groupe d'Amortissement du type Défaut Global est choisi et aucun amortissement n'est introduit sur un élément.

Le facteur alpha est utilisé dans le calcul de l'amortissement pour les appuis tel que spécifié dans la théorie. Lorsque l'amortissement modal est calculé, la valeur est vérifiée par rapport à la valeur d'amortissement modal maximale définie ici. Si la valeur calculée est supérieure à la valeur maximale, la valeur maximale est utilisée. Dans cet exemple, la valeur maximale est prise égale à **0,2**, conformément à la remarque pour la formule (5.17)

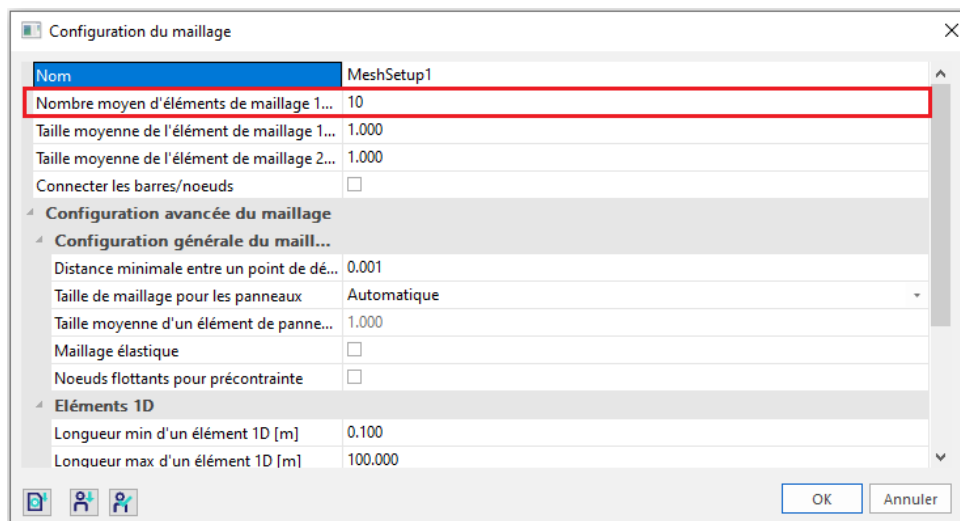
#### Etape 4 : matrice de masse

Une **Combinaison de groupes de masses** peut maintenant être créée et le **Groupe d'amortissement** peut être spécifié :



#### Etape 5 : configuration du maillage

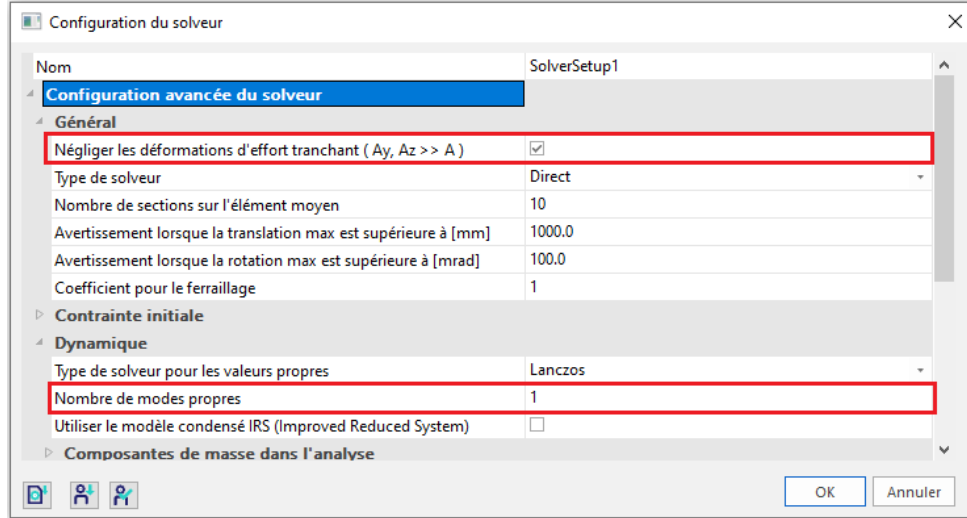
Afin d'obtenir des résultats précis pour le calcul dynamique, le maillage doit être raffiné. Cela peut être fait dans l'arborescence, dans « Calcul, maillage » et « Configuration du maillage » :



Le « Nombre moyen d'éléments de maillage 1D » est pris égal à 10.

**Etape 6 : configuration du solveur**

La dernière étape avant de lancer le calcul consiste à définir le nombre de modes propres à calculer. Pour cet exemple, un seul mode propre est requis. Dans **Calcul, Maillage / Solveur**, le nombre de fréquences est 1. Afin de pouvoir comparer les résultats avec un calcul manuel, les déformations d'effort tranchant sont négligées.



**Etape 7 : analyse modale et protocole de calcul**

Toutes les étapes ont été exécutées, il est maintenant possible de lancer un calcul à travers **Calcul, Maillage / Calcul**.

Les résultats suivants sont obtenus avec **Protocole de Calcul** pour les **Fréquences Propres** :

Somme des masses			
[kg]	X	Y	Z
Combi groupe de masse 1	2500.00	0.00	2250.00

Relative modal masses										
Mode	Omega [rad/s]	Période [s]	Fréq. [Hz]	Wxi / Wxtot	Wyi / Wytot	Wzi / Wztot	Wxi_R / Wxtot_R	Wyi_R / Wytot_R	Wzi_R / Wztot_R	Amort. rela.
1	89.0864	0.0705	14.1785	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1026
				1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	

L'amortissement modal calculé est égal à **0,1026** ou **10,26%**.

**Etape 8 : calcul manuel**

Afin de vérifier les résultats de SCIA Engineer, un calcul manuel a été effectué. Tout d'abord, la fréquence propre calculée doit être vérifiée par la formule (2.3). Dans cet exemple, les deux poteaux peuvent être traités comme des éléments encastres-encastres. En utilisant les tables d'ingénierie par défaut [12], chaque poteau donne la rigidité suivante au portique :

$$k = \frac{12. EI}{L^3} \tag{5.19}$$

Avec pour le poteau 1 :

$$\begin{aligned} E &= 32000\text{N/mm}^2 \\ I &= 5208300000\text{mm}^4 \\ L &= 5000\text{mm} \end{aligned}$$

Et pour le poteau 2 :

$$\begin{aligned} E &= 32000\text{N/mm}^2 \\ I &= 1250500000\text{mm}^4 \\ L &= 5000\text{mm} \end{aligned}$$

On a donc :

$$k_1 = \frac{12 * \frac{32000\text{N}}{\text{mm}^2} * 5208300000\text{mm}^4}{(5000\text{mm})^3} = 15999,8976\text{N/mm}$$

$$k_2 = \frac{12 * \frac{32000\text{N}}{\text{mm}^2} * 1250500000\text{mm}^4}{(5000\text{mm})^3} = 3841,536\text{N/mm}$$

Les deux poteaux agissent en parallèle puisque chaque poteau se déplacera de la même manière du fait que la poutre est rigide. La poutre elle-même ne fléchit pas et ne contribue donc pas à la rigidité.

$$k_{\text{tot}} = k_1 + k_2 = \frac{15999,8976\text{N}}{\text{mm}} + \frac{3841,536\text{N}}{\text{mm}} = \frac{19841,4336\text{N}}{\text{mm}}$$

La masse vibrante est calculée comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{500\text{kg}}{\text{m}} * 5\text{m} &= 2500\text{kg} \\ \omega &= \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{19841433,6\text{N/m}}{2500\text{kg}}} = 89,087\text{rad/s} \\ f &= \frac{\omega}{2\pi} = 14,1787\text{Hz} \end{aligned}$$

Ces résultats correspondent exactement aux résultats obtenus par SCIA Engineer.

Aussi, le rapport d'amortissement pondéré par la rigidité est calculé. Le premier poteau a un rapport d'amortissement de 12%, le deuxième poteau a un rapport d'amortissement de 3%. En utilisant le principe d'énergie élastique de la formule (5.16), le taux d'amortissement modal peut être calculé comme suit :

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\xi_1 \cdot k_1 + \xi_2 \cdot k_2}{k_{\text{tot}}} \\ \xi &= \frac{(0,12 * 15999,8976\text{N/mm}) + (0,03 * 3841,536\text{N/mm})}{19841,4336\text{N/mm}} \\ \xi &= 0,1026 = 10,26\% \end{aligned}$$

Ces résultats correspondent exactement aux résultats obtenus par SCIA Engineer. Le ratio d'amortissement modal peut maintenant être utilisé pour calculer le coefficient d'amortissement dans un calcul sismique. Cela sera illustré dans les exemples suivants.

---

**Exemple 11-2 :**

Dans cet exemple, l'amortissement non uniforme est pris en compte dans le calcul sismique en utilisant la méthode de combinaison modale SRSS. À cette fin, l'exemple du chapitre précédent (04-2) est complété avec des amortisseurs.

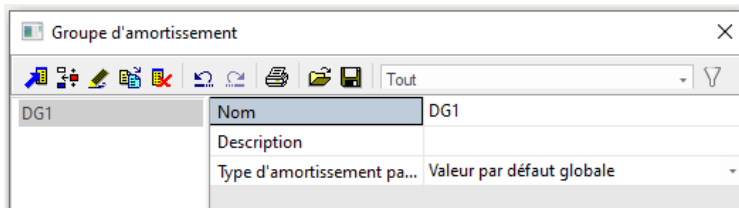
Des amortissements relatifs de **12%**, **3%** et **8%** sont introduits sur les trois poteaux à partir de la base de la structure.

**Etape 1 : fonctionnalité**

La première étape dans le calcul dynamique est d'activer les fonctionnalités « Dynamique » et « Amortissement non uniforme » dans l'onglet « Fonctionnalité » des « Paramètres du projet ».

**Etape 2 : groupe d'amortissement**

La seconde étape consiste à créer un groupe d'amortissement :



Etant donné qu'un amortisseur va être introduit sur tous les éléments, le choix d'un type d'amortissement par défaut n'est pas pertinent.

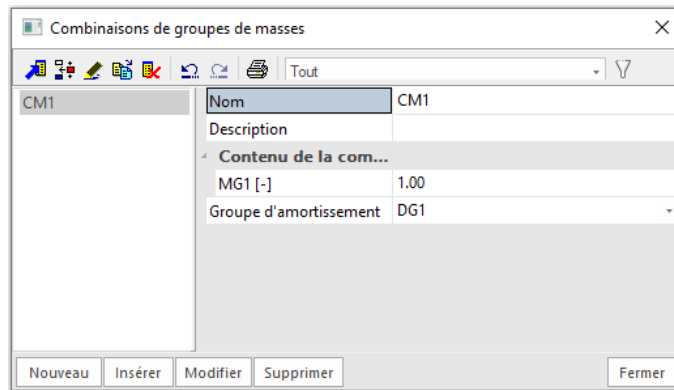
**Etape 3 : amortisseurs**

Après la création d'un **Groupe d'amortissement**, les **Amortisseurs** peuvent être introduits. Des amortissements relatifs de **12%**, **3%** et **8%** sont saisis sur les trois poteaux en commençant par la base de la structure :



**Etape 4 : matrice de masse**

Comme dernière étape, le **Groupe d'amortissement** est affecté à la **Combinaison de masses**.



**Etape 5 : calcul linéaire et protocole de calcul**

L'amortissement non uniforme a maintenant été saisi et le **Calcul Linéaire** peut être exécuté pour voir les résultats sismiques.

Les résultats suivants sont obtenus par le **Protocole de Calcul** du **Calcul Linéaire** :

Mode	Fréq. [Hz]	Amort. rela.	Coeff   amc	Sax [m/s <sup>2</sup> ]	Say [m/s <sup>2</sup> ]	Saz [m/s <sup>2</sup> ]	G(j)	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.5253	0.0996	0.8176	0.1650	0.0000	0.0000	0.5001	0.1799	0.0000	0.0000	-1.7990
2	3.4262	0.0711	0.9086	0.3980	0.0000	0.0000	0.0154	0.1287	0.0000	0.0000	-0.3717
Niveau=	0.00							0.22	0.00	0.00	1.84

Pour les deux modes propres, le **Taux d'Amortissement** modal est calculé en utilisant l'équation (5.17).

Comme précisé dans le chapitre précédent, ce Taux d'Amortissement sera utilisé pour calculer le **Coefficient d'Amortissement** qui influence les accélérations spectrales. En utilisant l'équation (4.13) :

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{10}{(5 + 9,96)}} = 0,8176$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{10}{(5 + 7,11)}} = 0,9087$$

Comme prévu, puisque les valeurs d'amortissement modal sont plus grandes que le défaut de 5% utilisé dans le spectre d'accélération, ils auront un effet positif en réduisant la réponse de la structure.

Pour le premier mode propre, seulement **81,7 %** de l'accélération spectrale sera pris en compte et pour le deuxième mode propre **90,8%**.

Les accélérations spectrales de l'exemple original sans amortissement peuvent donc être multipliées par  $\eta$  :

$$S_{ax,(1)} = 0,2019\text{m/s}^2 * 0,8176 = 0,1651\text{m/s}^2$$

$$S_{ax,(2)} = 0,4380\text{m/s}^2 * 0,9087 = 0,3980\text{m/s}^2$$

Ces accélérations spectrales ainsi corrigées vont influencer les coefficients de mode, le cisaillement à la base, le moment de renversement, les déplacements nodaux et les accélérations, ...

**Exemple 11-3 :**

Dans cet exemple, l'amortissement non-uniforme est pris en compte dans le calcul sismique en utilisant la méthode de combinaison modale CQC. À cette fin, l'exemple du chapitre précédent (04-3) est complété avec des amortisseurs.

Des amortissements relatifs de **2%**, **5%** et **2%** sont introduits sur les trois poteaux à partir de la base de la structure.

Comme vu dans la théorie et dans l'exemple original, la méthode CQC nécessite la définition d'un spectre d'amortissement. Ce spectre d'amortissement a été utilisé pour le calcul des **Coefficients de Corrélation Modale** et des **Coefficients d'Amortissement** pour chaque mode.

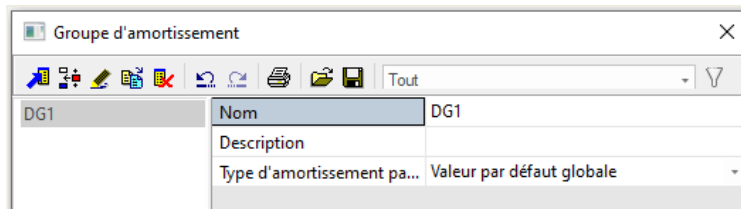
Toutefois, lorsque l'Amortissement Non Uniforme est utilisé, les amortissements modaux composés sont utilisés *au lieu* des données d'amortissement du spectre. Ceci est illustré dans cet exemple.

**Etape 1 : fonctionnalité**

La première étape dans le calcul dynamique est d'activer les fonctionnalités « Dynamique » et « Amortissement non uniforme » dans l'onglet « Fonctionnalité » des « Paramètres du projet ».

**Etape 2 : groupe d'amortissement**

La seconde étape consiste à créer un groupe d'amortissement :



Etant donné qu'un amortisseur va être introduit sur tous les éléments, le choix d'un type d'amortissement par défaut n'est pas pertinent.

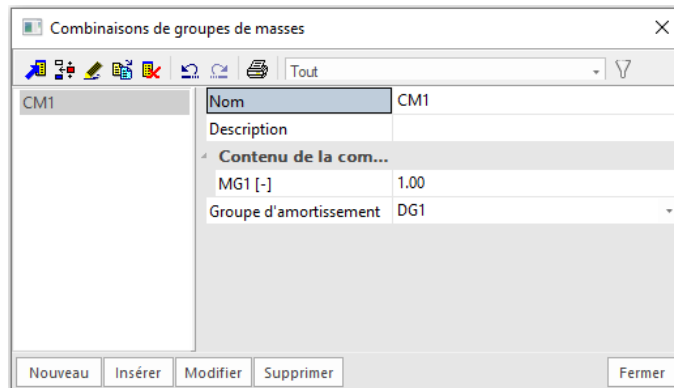
**Etape 3 : amortisseurs**

Après la création d'un **Groupe d'amortissement**, les **Amortisseurs** peuvent être introduits. Des amortissements relatifs de **2%**, **5%** et **2%** sont saisis sur les trois poteaux en commençant par la base de la structure :



#### Etape 4 : matrice de masse

Comme dernière étape, le **Groupe d'amortissement** est affecté à la **Combinaison de masses**.



#### Etape 5 : calcul linéaire et protocole de calcul

L'amortissement non uniforme a maintenant été saisi et le **Calcul Linéaire** peut être exécuté pour voir les résultats sismiques.

Les résultats suivants sont obtenus par le **Protocole de Calcul** du **Calcul Linéaire** :

Mode	Fréq. [Hz]	Amort. rela.	Coeff [amc]	Sax [m/s <sup>2</sup> ]	Say [m/s <sup>2</sup> ]	Saz [m/s <sup>2</sup> ]	G(j)	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.5253	0.0265	1.1432	0.2307	0.0000	0.0000	0.6993	0.2516	0.0000	0.0000	-2.5154
2	3.4262	0.0330	1.0979	0.4809	0.0000	0.0000	0.0187	0.1556	0.0000	0.0000	-0.4491
Niveau=	0.00							0.30	0.00	0.00	2.56

Dans l'Exemple original, un spectre d'amortissement avec un taux d'amortissement constant de **2%** a été utilisé. Grâce aux amortisseurs introduits, les amortissements modaux composés de **2,64%** et **3,30%** sont maintenant utilisés.

En utilisant l'équation (4.13) Les **Coefficients d'Amortissement** peuvent être calculés :

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{10}{(5 + 2,65)}} = 1,1432$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{10}{(5 + 3,30)}} = 1,0976$$

Comme ce fut le cas dans l'exemple original, les taux d'amortissement sont plus bas que la valeur de 5% utilisée par défaut dans le spectre d'accélération. Ils auront un effet négatif en augmentant la réponse de la structure.

Etant donné que les taux d'amortissement calculés dans l'exemple original sont plus grands que 2%, la réponse sera plus petite.

Le calcul des **Taux d'Amortissement Modal** sera utilisé pour le calcul des **Coefficients de Corrélation Modale** de la **méthode CQC**.

Ceci sera illustré dans un calcul manuel.



**Etape 6 : calcul manuel**

Dans ce paragraphe, l'application de la méthode CQC avec l'utilisation des ratios d'amortissement modal composés est illustrée pour la réponse globale du cisaillement à la base.

Mode 1 :

$$\begin{aligned}\omega_{(1)} &= 3,3007\text{rad/s} \\ F_{(1)} &= 0,2701\text{kN}\end{aligned}$$

Mode 2 :

$$\begin{aligned}\omega_{(2)} &= 21,5192\text{rad/s} \\ F_{(2)} &= 0,1629\text{kN}\end{aligned}$$

En utilisant une feuille de calcul, les coefficients de corrélation modaux  $\rho_{i,j}$  sont calculés avec un ratio d'amortissement  $\xi_{i,j}$  de **2,64%** pour le premier mode propre et de **3,30%** pour le second mode propre.

Mode	1	2
1	1	0,00055202
2	0,00055202	1

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_{(i)} \cdot \rho_{i,j} \cdot R_{(j)}}$$

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{(0,2701\text{kN} * 1 * 0,2701\text{kN}) + (0,2701\text{kN} * 0,00055202 * 0,1629\text{kN}) + (0,1629\text{kN} * 0,00055202 * 0,2701\text{kN}) + (0,1629\text{kN} * 1 * 0,1629\text{kN})}$$

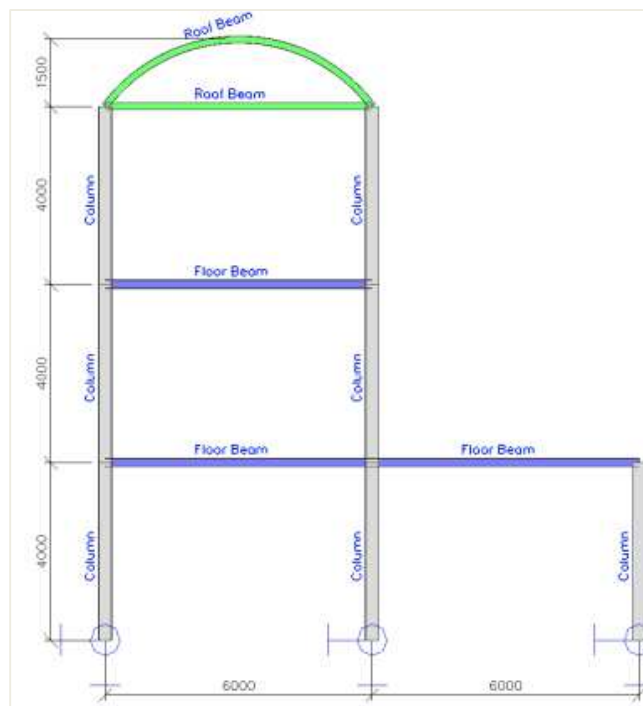
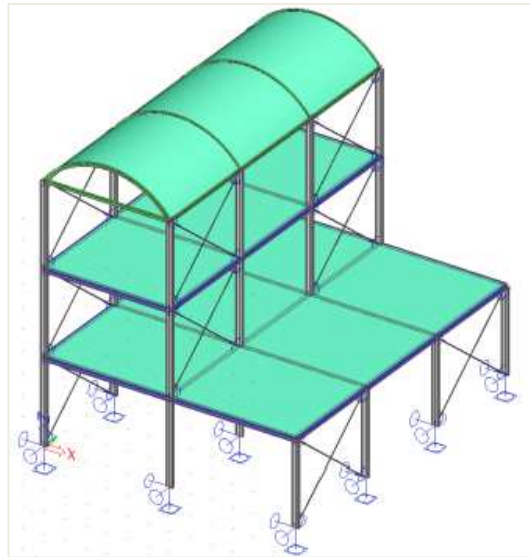
$$R_{\text{tot}} = 0,315\text{kN}$$

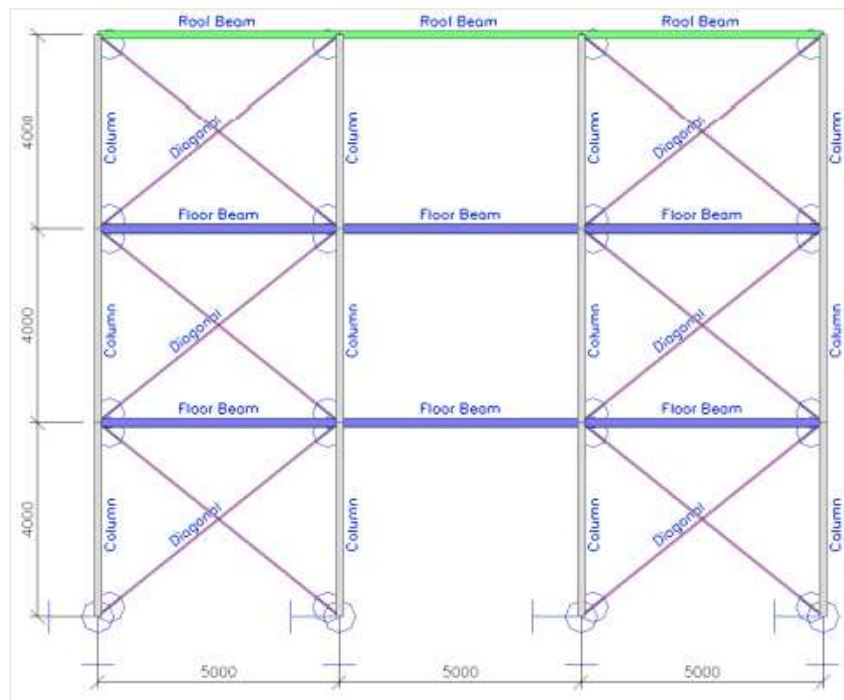
La différence entre ces coefficients de corrélation et l'original est très petite, ce qui était attendu puisque les ratios d'amortissement calculés sont proche de l'original de 2%.

-----

**Exemple 11-4 :**

Dans cet exemple, une analyse sismique est réalisée pour un dépôt de stockage. La géométrie de la structure est donnée dans les images ci-dessous. Le dépôt est construit avec des éléments en acier **S235** selon l'**EC-EN**. Sur le toit supérieur, une coque en acier d'une épaisseur de **20mm** est utilisée. Sur chaque étage, des dalles en béton avec une épaisseur de **200mm** sont utilisées. Les dalles sont en **C25/30** selon l'**EC-EN**.





Les diagonales sont **articulées** dans les deux directions. Les bases des poteaux sont aussi articulées avec des ancrages qui sont espacés de telle sorte que la rotation autour de l'**axe Z** est prise comme **fixe**.

Les éléments en acier ont les sections suivantes :

- Poteaux : **IPE 300**
- Poutres de plancher : **HEA 200**
- Poutres de toiture : **IPE 160**
- Diagonales: **L(ARC) 40x40x4**

Les charges verticales qui agissent sur la structure sont :

- Cas de Charge 1 : Le **pooids propre** du dépôt
- Cas de Charge 2 : Charge d'exploitation de catégorie E (Stockage) d'une valeur de **5 kN/m<sup>2</sup>** sur toutes les poutres de plancher.

La structure sera soumise à un séisme dans les directions **X**, **Y** et **Z**, en utilisant un Spectre de Dimensionnement selon l'Eurocode 8 pour les sols de type **A** et un facteur de comportement de **1,5**. Cela veut dire que le spectre pour les efforts internes sera divisé par cette valeur. Le coefficient d'accélération est **0,5**. Pour le calcul dynamique, l'amortissement structurel du dépôt est pris en compte. Un **décrément logarithmique** de **0,025** est utilisé pour l'acier et **0,056** pour le béton [22].

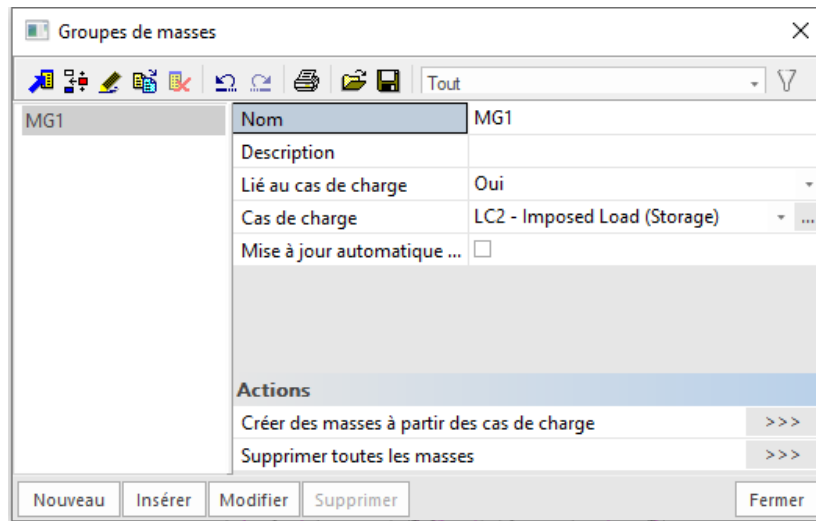
### **Etape 1 : fonctionnalité**

La première étape dans le calcul dynamique est d'activer les fonctionnalités « Dynamique » et « Amortissement non uniforme » dans l'onglet « Fonctionnalité » des « Paramètres du projet ».

### **Etape 2 : groupe de masse**

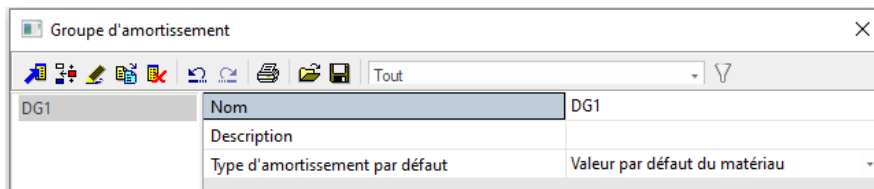
La seconde étape consiste à créer les **Groupes de Masses** et la troisième à créer les **Masses**. Puisque le poids propres est pris en compte automatiquement dans une **Combinaison de Groupes de Masses**, un seul **Groupe de Masses** est créé ici, un groupe pour prendre en compte la masse due à la charge d'exploitation.

En utilisant la fonction 'Créer des masses à partir du Cas de Charge', les masses sont générées automatiquement à partir des charges déjà introduites.



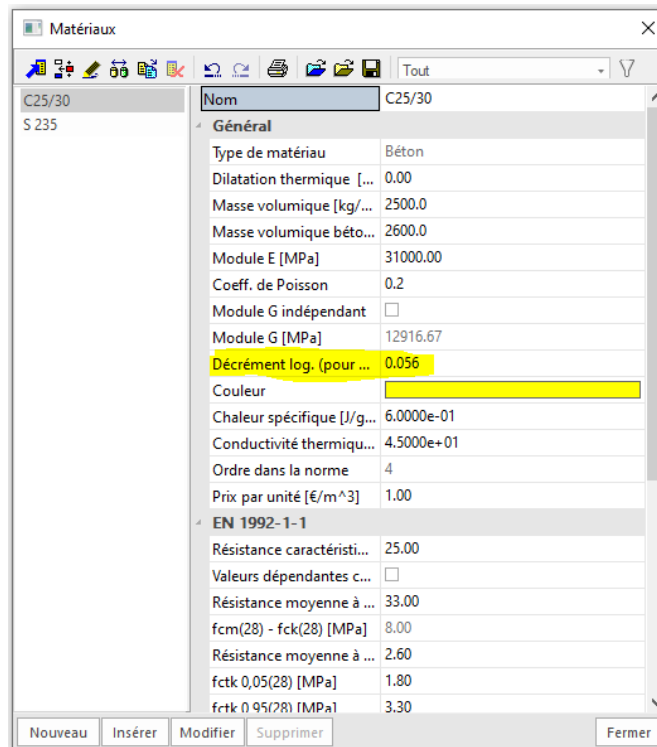
### Etape 3 : groupe d'amortissement

Avant de créer une **Combinaisons de Groupes de Masses**, l'amortissement est spécifié. Pour commencer, le **Groupe d'Amortissement** est créé.



Puisque, dans cet exemple, l'amortissement structural de l'acier et du béton est pris en compte, le type d'amortissement par défaut est mis sur **Défaut du Matériau**. De cette façon, quand aucun amortissement n'est introduit pour un élément, la valeur d'amortissement par défaut du matériau sera utilisée.

Les valeurs d'amortissement peuvent être spécifiées dans la Bibliothèque des **Matériaux** :



Un décrément logarithmique de **0,056** et de **0,025** est introduit respectivement pour le béton et pour l'acier.

#### Etape 4 : matrice de masse

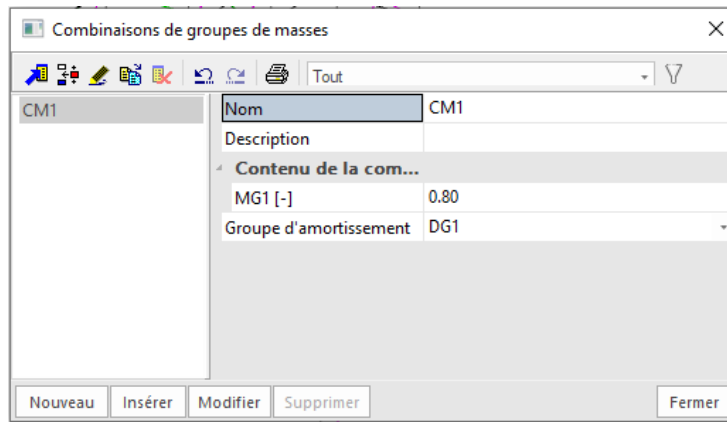
Le **Groupe de Masses** et le **Groupe d'Amortissement** peuvent maintenant être combinés dans un **Groupe de Masses**.

Comme spécifié dans la formule (2.9) toutes les charges de gravité qui paraissent dans la combinaison d'actions suivante doivent être prises en compte pour le calcul des valeurs propres :

$$\sum G_k + \sum \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i}$$

Pour cet exemple, avec une charge d'exploitation de **Catégorie E**,  $\varphi$  est pris égal à **1,0** et  $\psi_{2,i}$  à **0,8**. Cela donne une valeur de **0,8** pour  $\psi_{E,i}$

Puisque le poids propre est pris en compte automatiquement, la combinaison de groupes de masses **CM1** peut être formulée comme **0,80 MG1** :

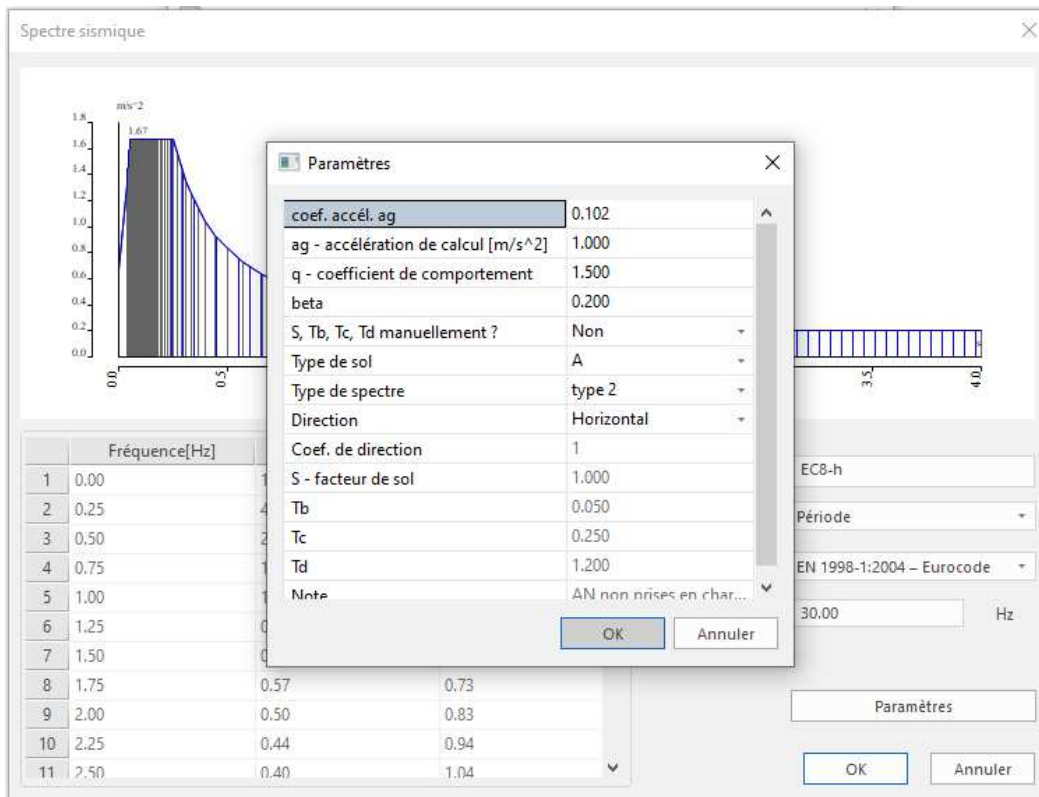


Comme étape finale, le **Groupe d'amortissement** est affecté à la **Combinaison de groupe de masse**.

### Etape 5 : spectre sismique

Avant de créer les cas de charge Sismiques, le Spectre Sismique doit être défini dans **Bibliothèques / Spectres Sismiques**.

Au lieu d'introduire un spectre manuellement, le spectre selon l'EC8 est choisi. Dans cet exemple, le spectre pour le sol de Type **A** avec un coefficient de comportement **q = 1,5** est utilisé dans toutes les directions :



### Etape 6 : cas de charges sismiques

Les cas de charges **Sismiques** peuvent maintenant être définis à travers le poste de travail « **Charges** », et « **Cas de Charges** ».

Pour le cas de Charge Sismique dans la **direction X**, les paramètres suivants sont utilisés :

Nom	LC3
Description	Seismic X
Type d'action	Variable
Groupe de charges	LG3
Type de charge	Dynamique
Spécification	Séisme
<b>Paramètres</b>	
<b>Direction X</b>	
Direction X	<input checked="" type="checkbox"/>
Spectre de réponse X	EC8-h
Coef. X	1
<b>Direction Y</b>	
Direction Y	<input type="checkbox"/>
<b>Direction Z</b>	
Direction Z	<input type="checkbox"/>
Coef. d'accélération	0.5
Niveau de référence de renversement [m]	0.000
<b>Forces latérales équivalentes</b>	
Méthode FLE	Désactivé
<b>Excentricité accidentelle</b>	
Méthode	Désactivé
<b>Superposition modale</b>	
Type de superposition	CQC
Spectre d'amortissement	CQC1
<b>Modes propres multiples</b>	
Unifier les modes	<input type="checkbox"/>
<b>Filtrer les modes</b>	
Filtrer les modes	Désactivé
Masse dans l'analyse	Masse participante seule
<b>Résultats signés</b>	
Mode prédominant	<input type="checkbox"/>
Cas de charge maître	Aucun
Combinaison de groupes de masses	CM1
Étape pour le modèle d'analyse mixte	Stade final, court terme

Le **Coefficient d'Accélération** est pris égal à **0,5** et la méthode d'évaluation choisie est la **méthode CQC**.

De la même manière, les Cas de Charge Sismiques dans les **directions Y et Z** sont définis :

Nom	LC4
Description	Seismic Y
Type d'action	Variable
Groupe de charges	LG3
Type de charge	Dynamique
Spécification	Séisme
<b>Paramètres</b>	
<b>Direction X</b>	
Direction X	<input type="checkbox"/>
<b>Direction Y</b>	
Direction Y	<input checked="" type="checkbox"/>
Spectre de réponse Y	EC8-h
Coef. Y	1
<b>Direction Z</b>	
Direction Z	<input type="checkbox"/>
Coef. d'accélération	0.5
Niveau de référence de renversement [m]	0.000
<b>Forces latérales équivalentes</b>	
Méthode FLE	Désactivé
<b>Excentricité accidentelle</b>	
Méthode	Désactivé
<b>Superposition modale</b>	
Type de superposition	CQC
Spectre d'amortissement	CQC1
<b>Modes propres multiples</b>	
Unifier les modes	<input type="checkbox"/>
<b>Filtrer les modes</b>	
Filtrer les modes	Désactivé
Masse dans l'analyse	Masse participante seule
<b>Résultats signés</b>	
Mode prédominant	<input type="checkbox"/>
Cas de charge maître	Aucun
Combinaison de groupes de masses	CM1
Étape pour le modèle d'analyse mixte	Stade final, court terme

Nom	LC5
Description	Seismic Z
Type d'action	Variable
Groupe de charges	LG3
Type de charge	Dynamique
Spécification	Séisme
<b>Paramètres</b>	
<b>Direction X</b>	
Direction X	<input type="checkbox"/>
<b>Direction Y</b>	
Direction Y	<input type="checkbox"/>
<b>Direction Z</b>	
Direction Z	<input checked="" type="checkbox"/>
Spectre de réponse Z	EC8-v
Coef. Z	1
Coef. d'accélération	0.5
Niveau de référence de renversement [m]	0.000
<b>Forces latérales équivalentes</b>	
Méthode FLE	Désactivé
<b>Excentricité accidentelle</b>	
Méthode	Désactivé
<b>Superposition modale</b>	
Type de superposition	CQC
Spectre d'amortissement	CQC1
<b>Modes propres multiples</b>	
Unifier les modes	<input type="checkbox"/>
<b>Filtrer les modes</b>	
Filtrer les modes	Désactivé
Masse dans l'analyse	Masse participante seule
<b>Résultats signés</b>	
Mode prédominant	<input type="checkbox"/>
Cas de charge maître	Aucun
Combinaison de groupes de masses	CM1
Étape pour le modèle d'analyse mixte	Stade final, court terme

Cela doit être répété pour les cas de charge qui définissent les déformations (le coefficient de comportement  $q$  est différent).

**Remarques :**

Pour le cas de charge sismique Z, un nouveau spectre doit être défini avec le type **vertical**.

**6 combinaisons EN-Sismique** doivent être définies, 3 pour les efforts internes et 3 pour la déformation (dans le cas des résultats de déformation, les valeurs doivent être **multipliée par le coefficient de comportement 1**). Chaque groupe de cas de charges doit se trouver dans un groupe de type « Sismique » et avec une relation « Ensemble » et ces cas de charges doivent être placés dans des combinaisons enveloppes séparées.

Conformément à l'Eurocode 8 [7], les effets dus aux composants de l'action sismique peuvent être calculés en utilisant les combinaisons suivantes :

$$\begin{aligned}
 &E_{Edx} + "0,3. E_{Edy} + "0,3. E_{Edz} \\
 &0,3. E_{Edx} + "E_{Edy} + "0,3. E_{Edz} \\
 &0,3. E_{Edx} + "0,3. E_{Edy} + "E_{Edz}
 \end{aligned}$$

Avec :

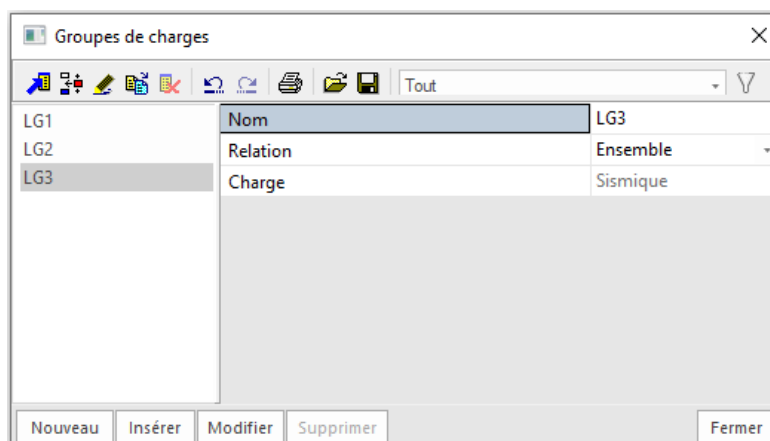
« + » signifie « combiner avec ».

$E_{Edx}$  représente l'effet de l'action due à l'application du séisme selon l'axe horizontal x choisi pour la structure.

$E_{Edy}$  représente l'effet de l'action due à l'application du même séisme selon l'axe horizontal y choisi pour la structure.

$E_{Edz}$  représente l'effet de l'action due à l'application du même séisme selon l'axe vertical z choisi pour la structure.

Tout d'abord, cela implique que tous les cas de charge doivent toujours être considérés ensemble dans une combinaison. Dans SCIA Engineer, cela peut être fait en mettant les deux cas de charge sismique dans un **Groupe de Charges** avec la relation **Ensemble**.



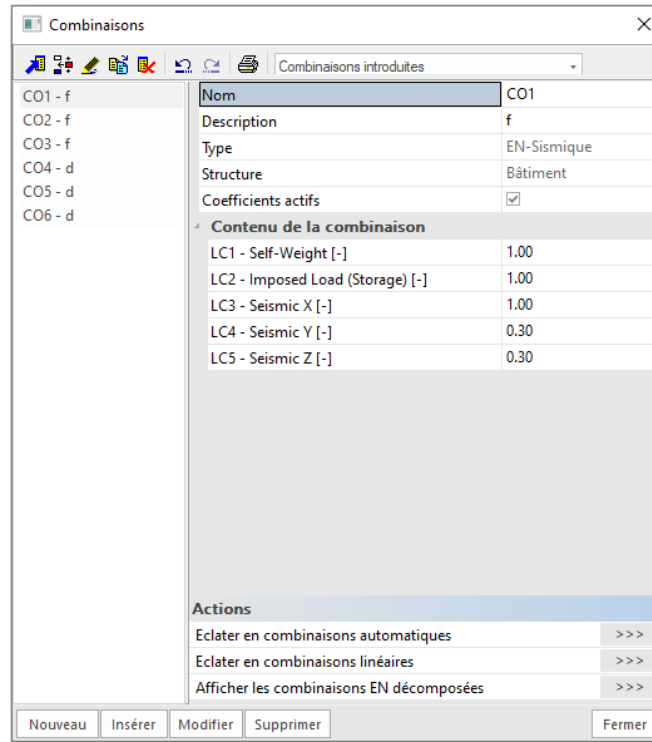
Ensuite, la combinaison pour le calcul Sismique peut être introduite. Selon l'Eurocode 8 [7] cette combinaison est la suivante :

$$\sum G_k + P + A_{Ed} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \tag{5.22}$$

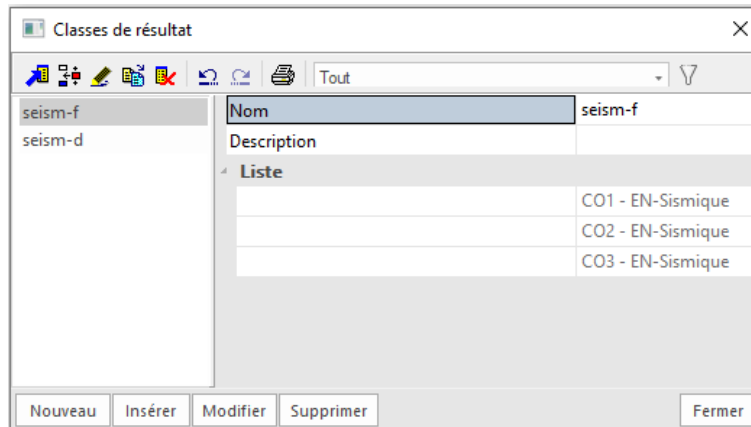
Où  $A_{ed}$  représente l'action accidentelle qui est dans ce cas, l'action sismique combinée.



Dans SCIA Engineer, le type EN-sismique peut être utilisé à cette fin.  
 Pour remplir les conditions de l'Eurocode, 6 combinaisons de ce type sont créées :

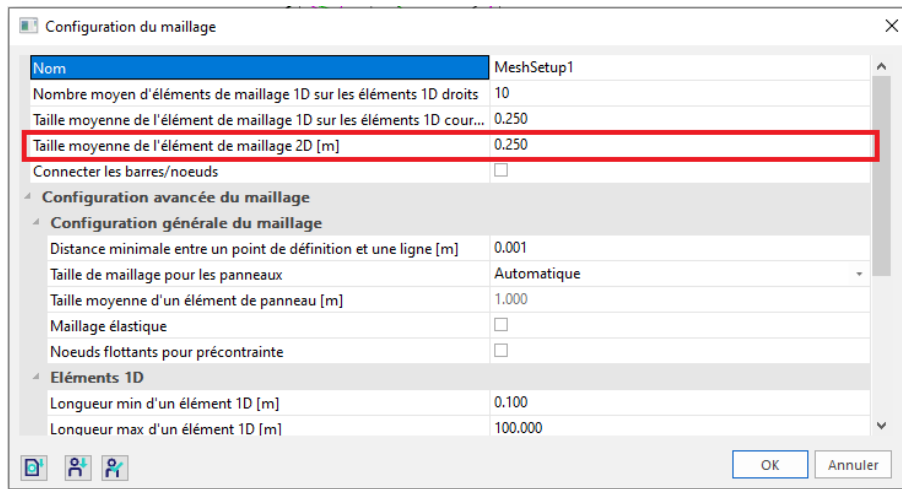


Afin de pouvoir voir les extrêmes globaux pour les deux combinaisons, deux **Classes de Résultats** peuvent être utilisées :



**Etape 7 : configuration du maillage**

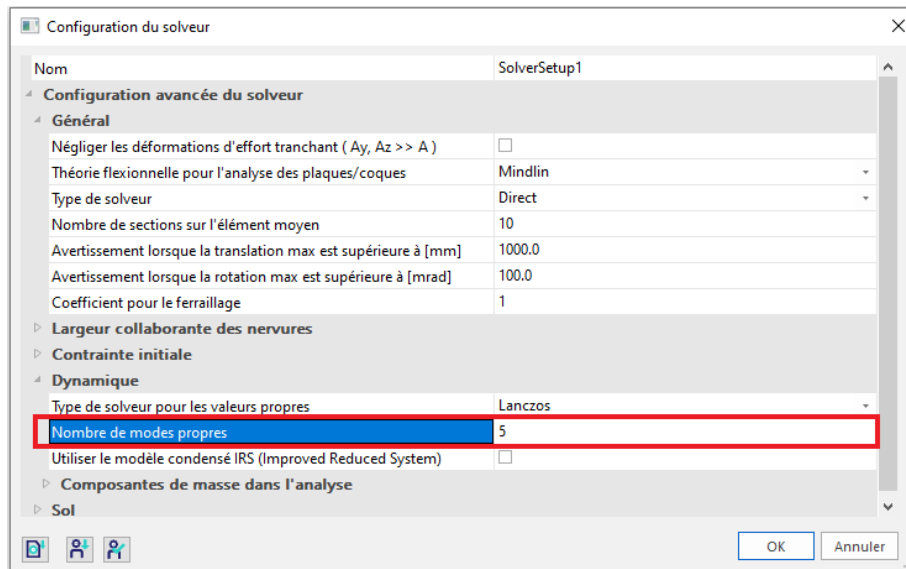
Pour obtenir des résultats précis, le Maillage est raffiné dans **Calcul, Maillage / Configuration du maillage**. Le **Nombre moyen de division des éléments 1D** est fixé à 10, la **Taille moyenne des éléments 2D** est prise égale à **0,25m**.



### Etape 8 : configuration du solveur

La dernière étape avant de lancer un calcul est de saisir le nombre de modes propres à calculer. 5 modes propres sont choisis.

Dans **Calcul, Maillage / Configuration du solveur**, le nombre de fréquences est pris comme **5**.



### Etape 9 : calcul linéaire

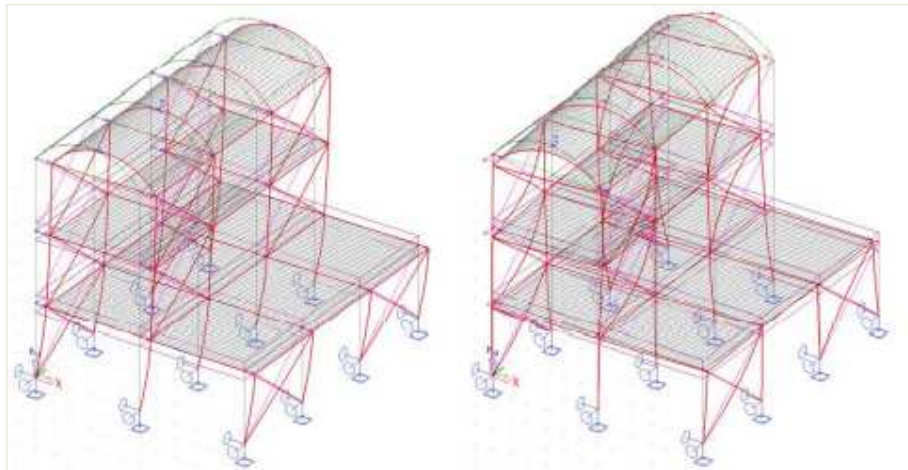
Toutes les étapes ont été exécutées, un **Calcul Linéaire** peut donc être lancé en allant dans **Calcul, Maillage / Calcul**.

Le **Protocole de Calcul** pour les **Fréquences Propres** donne les résultats suivants :

Mode	Omega [rad/s]	Période [s]	Fréq. [Hz]	Wxi / Wxtot	Wyi / Wytot	Wzi / Wztot	Wxi_R / Wxtot_R	Wyi_R / Wytot_R	Wzi_R / Wztot_R	Amort. rela.
1	4.5955	1.3672	0.7314	0.9686	0.0000	0.0000	0.0000	0.0103	0.0000	0.0081
2	11.4189	0.5502	1.8174	0.0000	0.6682	0.0000	0.0190	0.0000	0.2860	0.0080
3	13.6430	0.4605	2.1713	0.0271	0.0000	0.0002	0.0000	0.3694	0.0000	0.0081
4	13.8204	0.4546	2.1996	0.0000	0.2709	0.0000	0.0003	0.0000	0.5272	0.0080
5	14.9368	0.4207	2.3773	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0080
				0.9957	0.9391	0.0002	0.0193	0.3797	0.8136	

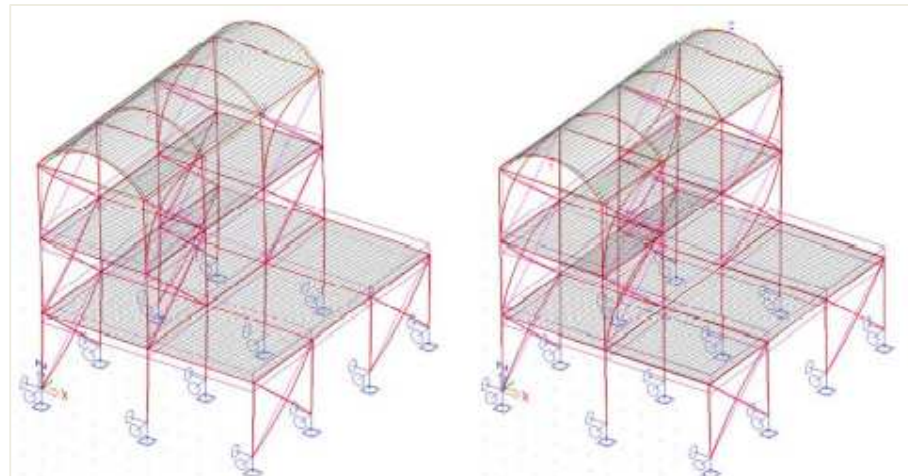
Nous pouvons voir que pour les deux directions horizontales, plus de **90%** de la masse totale est pris en compte dans ces cinq modes. Ce nombre de valeurs propres est donc suffisant pour ce calcul.

Dans la **Déformation des nœuds des éléments 2D**, la Déformée du Maillage peut être utilisée pour visualiser les modes calculés :



Mode propre 1 :  $f = 0,73\text{Hz}$

Mode propre 2 :  $f = 1,82\text{Hz}$



Mode propre 3 :  $f = 2,17\text{Hz}$

Mode propre 4 :  $f = 2,20\text{Hz}$

Le **Protocole de Calcul** pour le calcul **Linéaire** montre les résultats du calcul sismique :

**Cas de charges dynamique: 3 : LC3**

Mode	Fréq. [Hz]	Amort. rela.	Coeff [amc]	Sax [m/s <sup>2</sup> ]	Say [m/s <sup>2</sup> ]	Saz [m/s <sup>2</sup> ]	G(j)	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.7314	0.0081	1.3114	0.1809	0.0000	0.0000	4.4128	48.0082	0.0000	-0.0000	-302.1145
2	1.8174	0.0080	1.3134	0.4978	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000
3	2.1713	0.0081	1.3123	0.5940	0.0000	0.0000	-0.2748	4.4051	0.0000	-0.0000	42.6000
4	2.1996	0.0080	1.3131	0.6021	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
5	2.3773	0.0080	1.3135	0.6508	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
Niveau=	0.00							48.21	0.00	0.00	305.10

**Cas de charges dynamique: 4 : LC4**

Mode	Fréq. [Hz]	Amort. rela.	Coeff [amc]	Sax [m/s <sup>2</sup> ]	Say [m/s <sup>2</sup> ]	Saz [m/s <sup>2</sup> ]	G(j)	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.7314	0.0081	1.3114	0.0000	0.1809	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
2	1.8174	0.0080	1.3134	0.0000	0.4978	0.0000	-1.6335	-0.0000	91.1291	-609.0984	0.0000
3	2.1713	0.0081	1.3123	0.0000	0.5940	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000
4	2.1996	0.0080	1.3131	0.0000	0.6021	0.0000	0.8587	0.0000	44.6772	-254.8292	-0.0000
5	2.3773	0.0080	1.3135	0.0000	0.6508	0.0000	0.0100	0.0000	0.0076	-0.0387	-0.0000
Niveau=	0.00							0.00	101.77	661.88	0.00

Pour chaque Mode propre, le taux d'amortissement non-linéaire a été calculé en utilisant l'amortissement structurel de l'acier et du béton.

La classe de résultat peut maintenant être utilisée pour vérifier les éléments structuraux.

## Chapitre 12: ANALYSE TEMPORELLE

### 12.1. Théorie

Le titre peut être trompeur car normalement, dans la littérature, ce nom est utilisé pour un calcul dynamique sans superposition modale. Dans SCIA Engineer, les modes propres sont d'abord déterminés, puis sont utilisés pour découpler les équations d'équilibre en un ensemble de « m » équations différentielles du second ordre non couplées qui sont résolues une par une par une analyse temporelle. Le découplage est basé sur les propriétés données par les équations

$$\Phi_j^T \cdot M \cdot \Phi_i = 0 \quad \text{si } i \neq j$$

$$\Phi_j^T \cdot M \cdot \Phi_i = 1 \quad \text{si } i = j$$

$$\Phi_j^T \cdot M \cdot \Phi_i = \omega_i^2$$

Dans l'équation (3.1), on suppose qu'une solution pour y est de la forme :

$$y = \phi \cdot Q \tag{7.1}$$

Où  $\phi$  est la matrice des vecteurs propres ( $n \times n$ ) et Q est un vecteur qui dépend du temps.

La substitution dans l'équation (3.1) donne :

$$M \cdot \phi \cdot \ddot{Q} + C \cdot \phi \cdot \dot{Q} + K \cdot \phi \cdot Q = F \tag{7.2}$$

Lorsque l'équation est prémultipliée par  $\phi^T$  et que l'on tient compte des équations précédentes, on obtient :

$$\ddot{Q} + \phi^T \cdot C \cdot \phi \cdot \dot{Q} + \Omega^2 \cdot Q = \phi^T \cdot F \tag{7.3}$$

Cet ensemble d'équations est toujours couplé en raison du terme d'amortissement. Si toutefois l'orthogonalité C est supposée (ce qui signifie que  $\phi^T \cdot C \cdot \phi$  se réduit aux seuls termes diagonaux), les équations sont alors découplées et peuvent être résolues séparément. Les résultats globaux sont obtenus par superposition des résultats individuels (7.1) est aussi la solution exacte si l'hypothèse d'orthogonalité C se vérifie. Cependant, si seuls quelques vecteurs propres ( $m < n$ ) sont utilisés au lieu de tous les vecteurs propres, alors le système d'équations et la superposition des solutions donnera une solution y qui est une approximation de la solution exacte.

Dans SCIA Engineer, l'orthogonalité C est supposée et il est également supposé que tous les facteurs d'amortissement modaux sont constants. Cela signifie que :

$$\phi^T \cdot C \cdot \phi = 2 \cdot \omega_i \cdot \xi \cdot \delta_{ij} \quad (7.4)$$

La valeur de  $\xi$  est l'une des données d'entrée et est appelée facteur d'amortissement.

Le nombre de vecteurs propres qui est pris en compte est également spécifié par l'utilisateur. Cette valeur est égale au nombre de vecteurs propres calculés lors du calcul des valeurs propres.

La méthode utilisée pour résoudre chaque équation différentielle du second ordre non couplée est la méthode de Newmark. Cette méthode est inconditionnellement stable mais la précision dépend du pas d'incrément. Ce pas doit être donné par l'utilisateur. Cependant, pour l'aider dans son choix, une valeur déterminée par le programme sera utilisée si l'utilisateur ne spécifie pas de valeur. Cette valeur proposée est calculée comme suit :  $0,01T$ ,  $T$  étant la plus petite période de tous les modes qui doivent être pris en compte.

Cette valeur proposée garantit une précision meilleure que 1% sur chaque période d'intégration de ce mode le plus élevé. Dans la plupart des cas, un pas plus grand peut être utilisé car la contribution de ce dernier mode est faible.

Ceci nous amène à la question du nombre de modes à utiliser. Lorsque les termes dépendants du temps du côté gauche de l'équation (7.3) sont négligés, la solution pour  $q_j$  (un terme de  $Q$ ) est :

$$q_j = \frac{1}{\omega_j^2} \cdot \phi_j^T \cdot F \quad (7.5)$$

Cela indique que les modes propres les plus bas ( $\omega_j$  petits) contribueront davantage que les modes les plus élevés ( $\omega_j$  grands), si les termes dynamiques sont négligés. Cela peut donner une première idée du nombre de modes à utiliser.

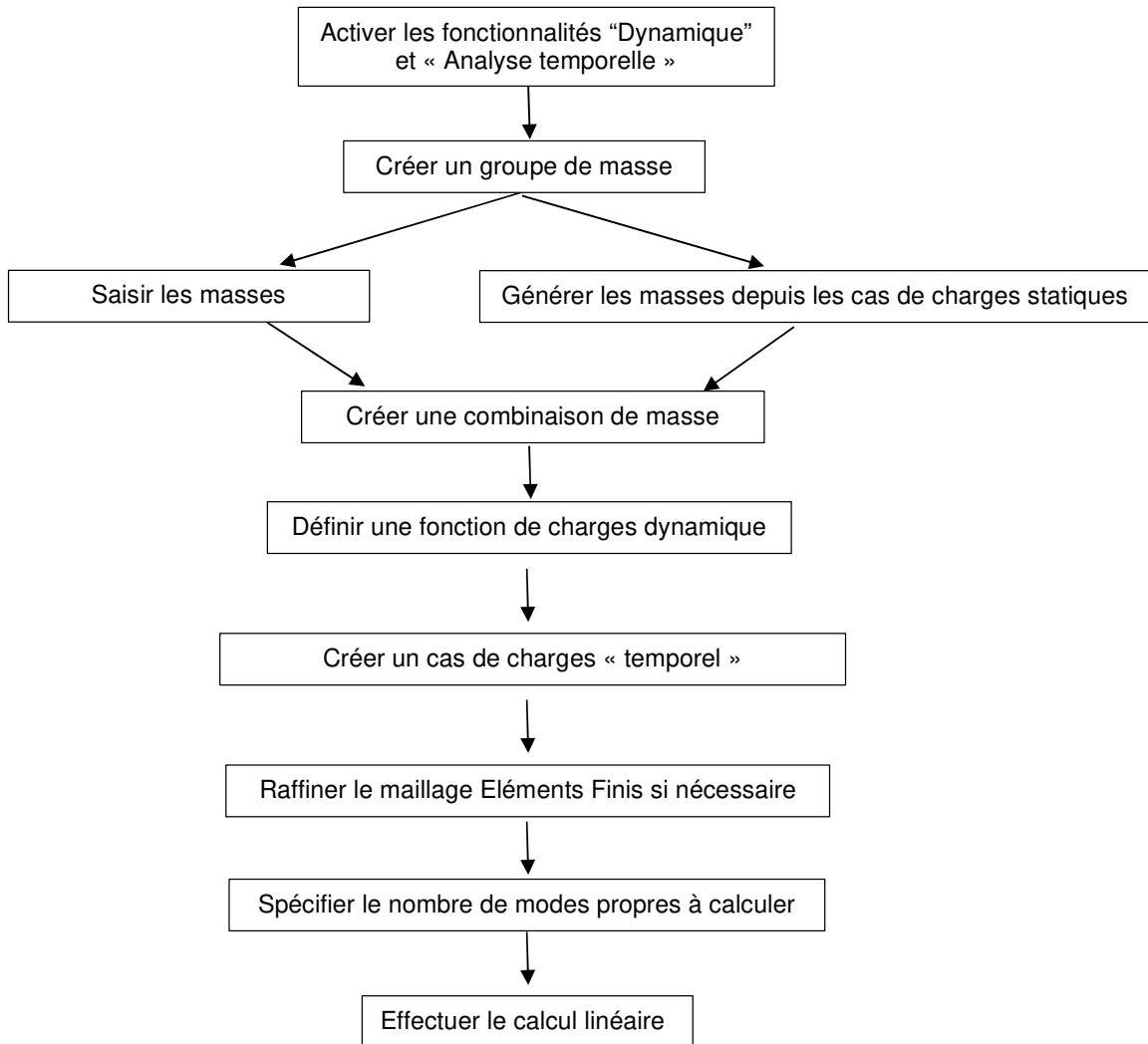
Un deuxième critère est la périodicité de  $F$ . Tout mode qui coïncide avec la fréquence de chargement doit être pris en compte.

Le poids modal est un troisième critère qui peut être utilisé. Si vous additionnez tous les poids modaux dans une direction particulière et divisez ce résultat par  $9,81 \cdot$  somme des masses nodales dans la même direction, vous obtenez une valeur inférieure à 1. Si cette valeur est proche de 1, cela signifie que les modes supérieurs ne contribueront plus. Si, au contraire, la valeur est inférieure à 0,9, on peut douter de la valeur d'une superposition modale ultérieure.

## 12.2. Analyse temporelle dans SCIA Engineer

Dans SCIA Engineer, il est possible de saisir une fonction dynamique. Celle-ci peut être utilisée à différentes fins, par exemple : charges harmoniques, explosions, ... Dans ce cas, l'utilisateur doit saisir une fonction dynamique qui présente la fréquence en fonction du temps.

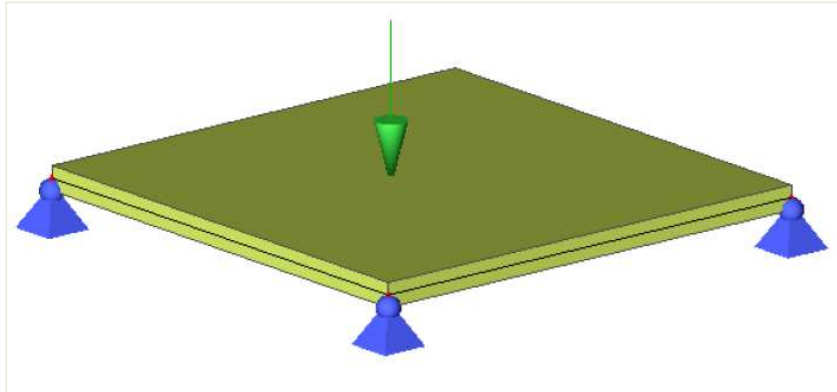
Le schéma suivant montre les différentes étapes à suivre pour le calcul temporel :



**Cette fonctionnalité n'est disponible que dans la version 32 bits de SCIA Engineer !**

**Exemple 12-1 :**

Dans cet exemple, est simulée une explosion sur une plaque béton.



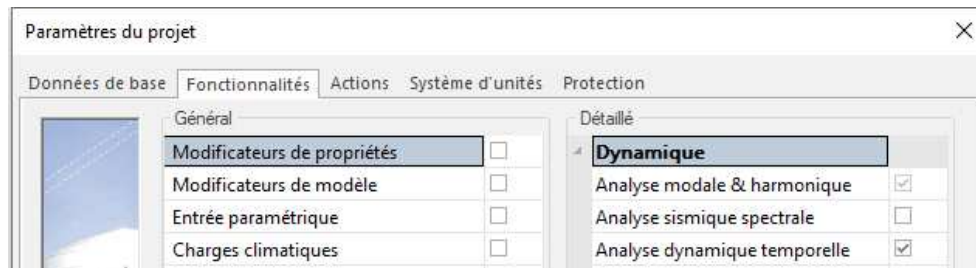
La plaque a pour dimension 6m x 6m et une épaisseur de 300mm. Elle sera calculée selon la norme EC-EN et sera en béton C30/37. Les quatre coins sont supportés par 4 appuis ponctuels articulés.

Trois cas de charges sont introduits :

- Poids propre
- Charge permanente surfacique :  $-4\text{kN/m}^2$
- Charge ponctuelle variable : souffle de  $-11\text{kN}$

**Etape 1 : fonctionnalité**

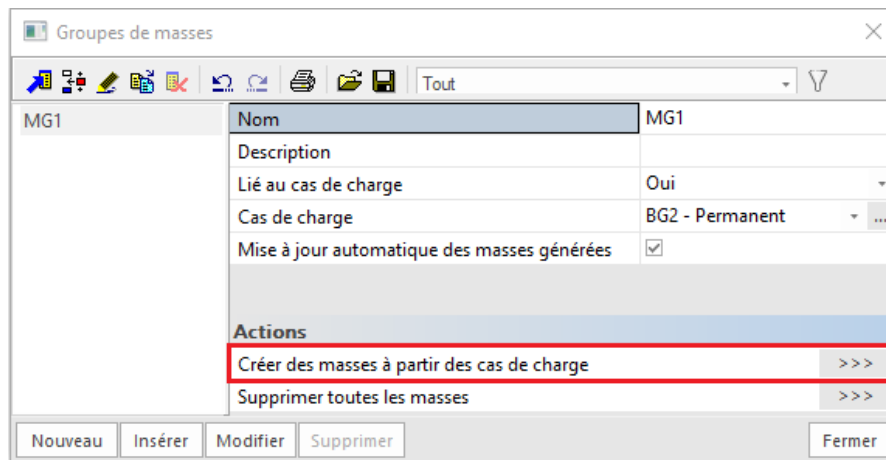
Dans les « Paramètres du projet », cliquez sur les icônes « Dynamique » et « Analyse dynamique temporelle » :



**Etape 2 : groupes de masse et masses**

Ouvrez le menu "Dynamique" : un groupe de masse sera créé ici. Pour cela, la charge permanente surfacique de  $-4\text{kN/m}^2$  est utilisée. Pour cela, vous pouvez cliquer sur le bouton « Créer des masses à partir des cas de charge » :

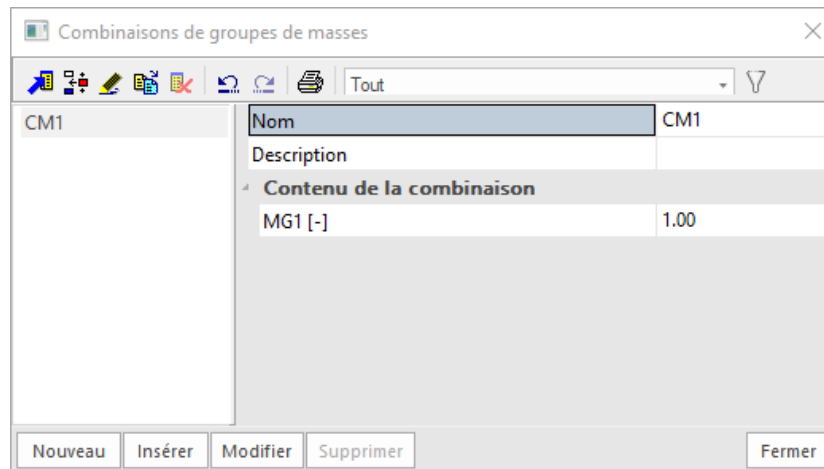




Une masse surfacique de 407,7kg/m<sup>2</sup> est créée.

**Etape 3 : matrice de masse**

Ensuite, une combinaison de groupes de masse peut être créée :



**Etape 4 : fonction de charges dynamique**

Après la création des masses, l'explosion peut être simulée au moyen d'une fonction de charge dynamique.

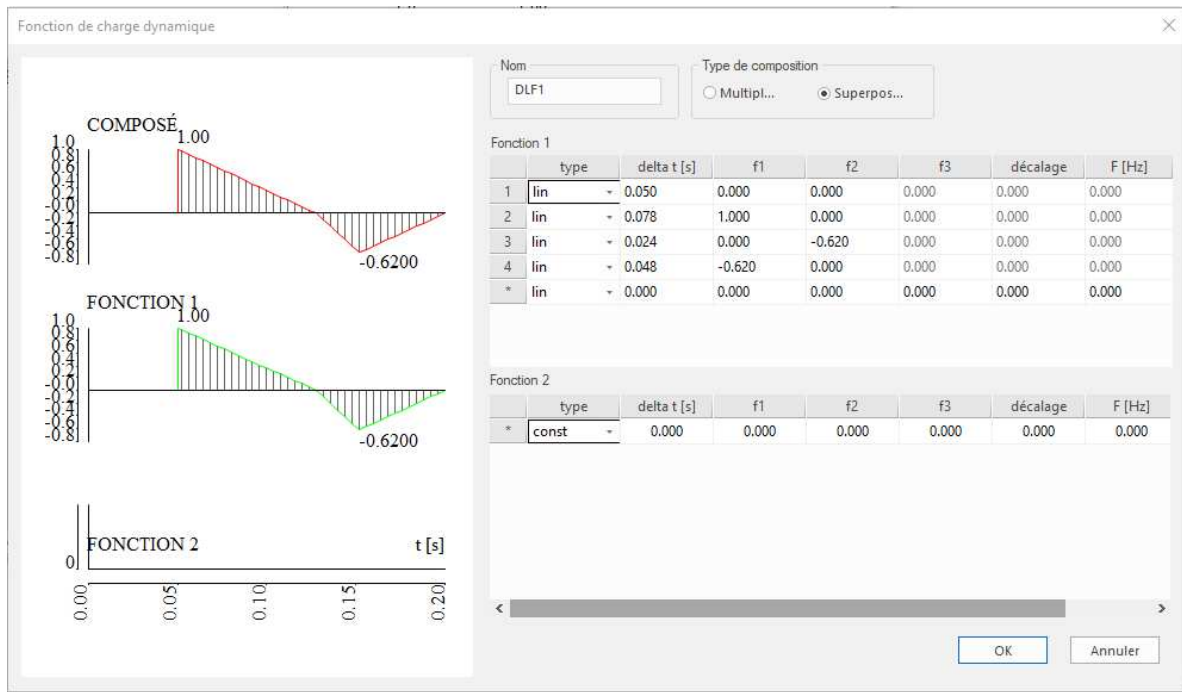
Allez dans le menu Bibliothèques / Charges / Fonctions de charge dynamique.

Ici, vous pouvez saisir les coefficients de charge en fonction du temps.

Deux types de fonctions peuvent être introduits, à savoir une fonction de base et/ou une fonction modale. Si les deux sont introduites, l'utilisateur peut choisir si ces fonctions doivent être multipliées ou résumées.

4 types de fonctions peuvent être choisis : constante, linéaire, parabolique ou sinusoïdale.

Dans notre exemple, une fonction modale est créée avec des fonctions linéaires :

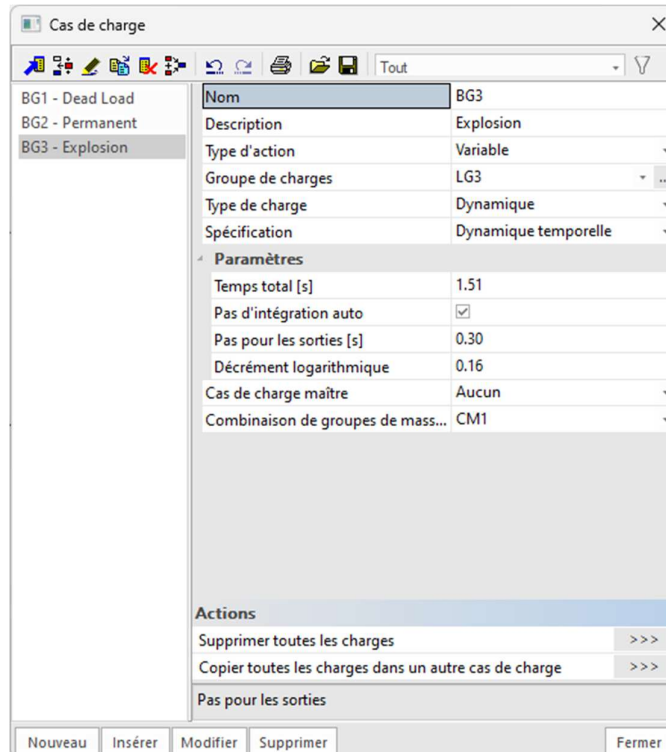


Cette fonction doit être attribuée à une charge ponctuelle. Nous le ferons à l'étape 6.

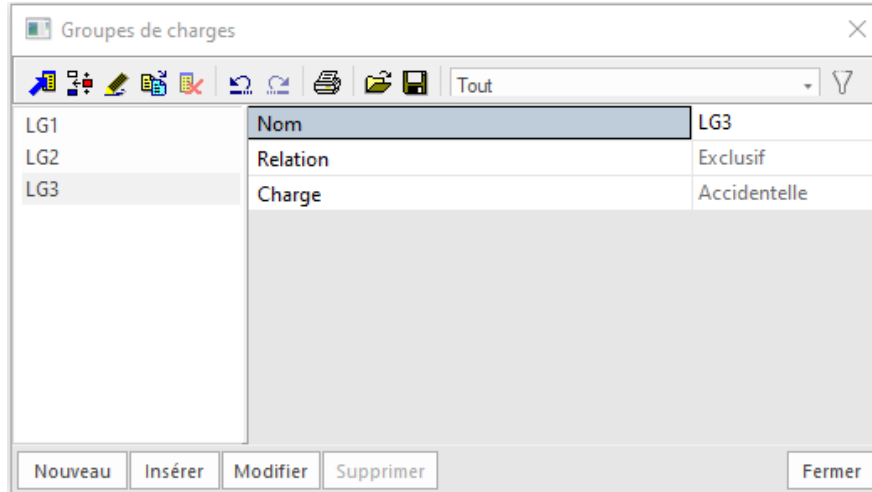
**Etape 5 : un cas de charges « Dynamique temporelle »**

Un cas de charge est introduit pour simuler cette explosion.

Le type d'action est « Variable » et le type de charge « Dynamique ».



Pour le groupe de charge, l'utilisateur peut choisir un cas spécial, à savoir « Accidentel » :



Ensuite, la spécification doit être sélectionnée sur « Dynamique temporelle ».

Pour cela, nous avons besoin de quelques paramètres supplémentaires :

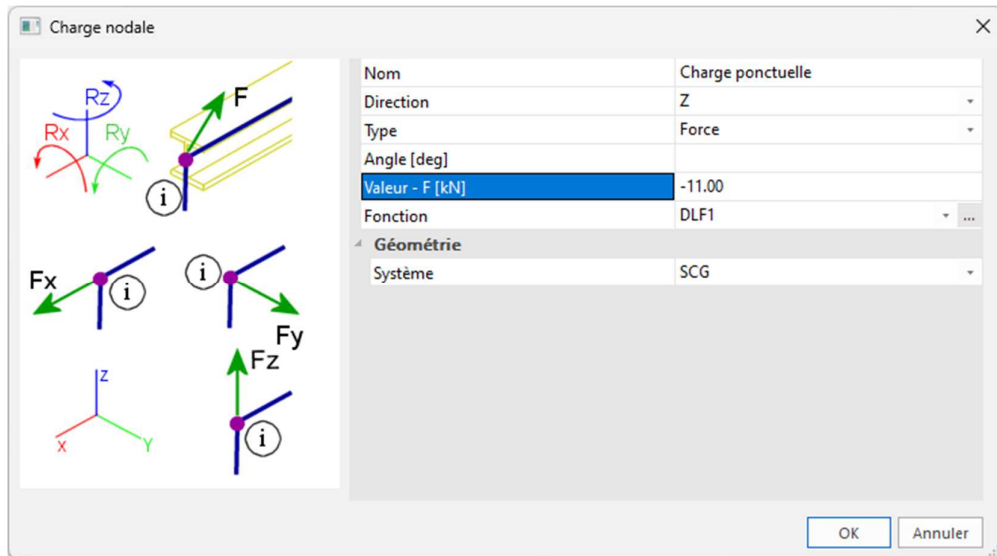
- « Temps total » : Le temps total de l'analyse dynamique.
- « Pas d'intégration auto » : Lorsque « Auto » est coché, 1/100 de la plus petite période est utilisée. Lorsque « Auto » n'est pas coché, l'utilisateur est autorisé à sélectionner une valeur de pas d'intégration.
- « Pas pour les sorties » : Étape permettant de générer les cas de charge. La valeur doit être supérieure ou égale à l'étape d'intégration.
- « Décroissance logarithmique » : Amortissement défini comme une décrémentation logarithmique.

#### **Étape 6 : saisie des charges qui vont suivre la fonction de charges**

Dans cette étape, vous allez créer un effort au nœud. Seules les efforts aux nœuds peuvent être liées à une fonction dynamique.

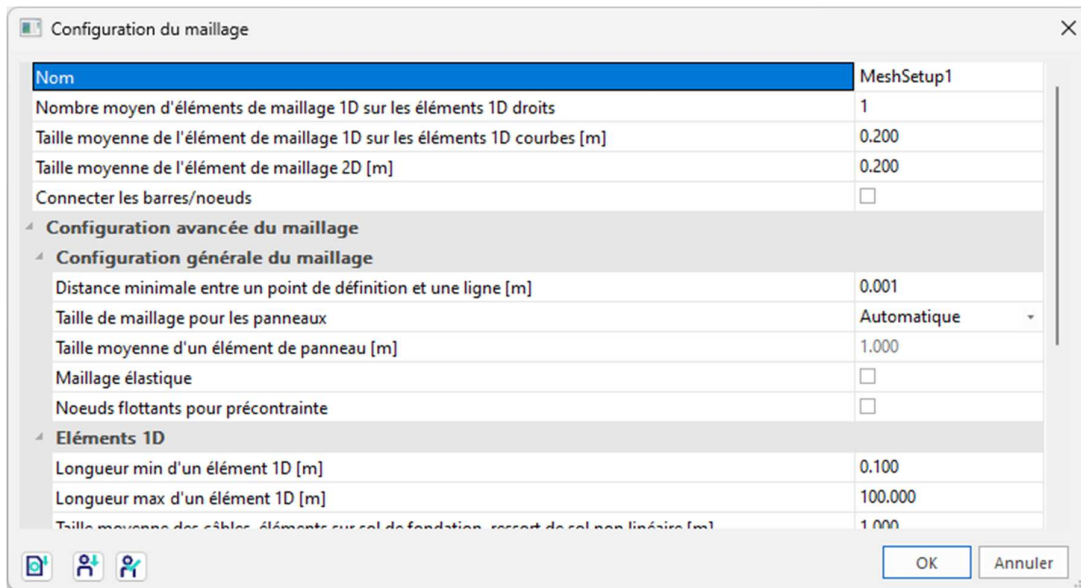
La valeur de l'effort au nœud, sera multipliée par les coefficients de la fonction pour obtenir l'effort final en fonction du temps.

Une charge ponctuelle de -11kN est définie au milieu de la plaque. L'utilisateur peut attribuer la fonction dynamique DLF1 à cette charge.



**Etape 7 : configuration du maillage**

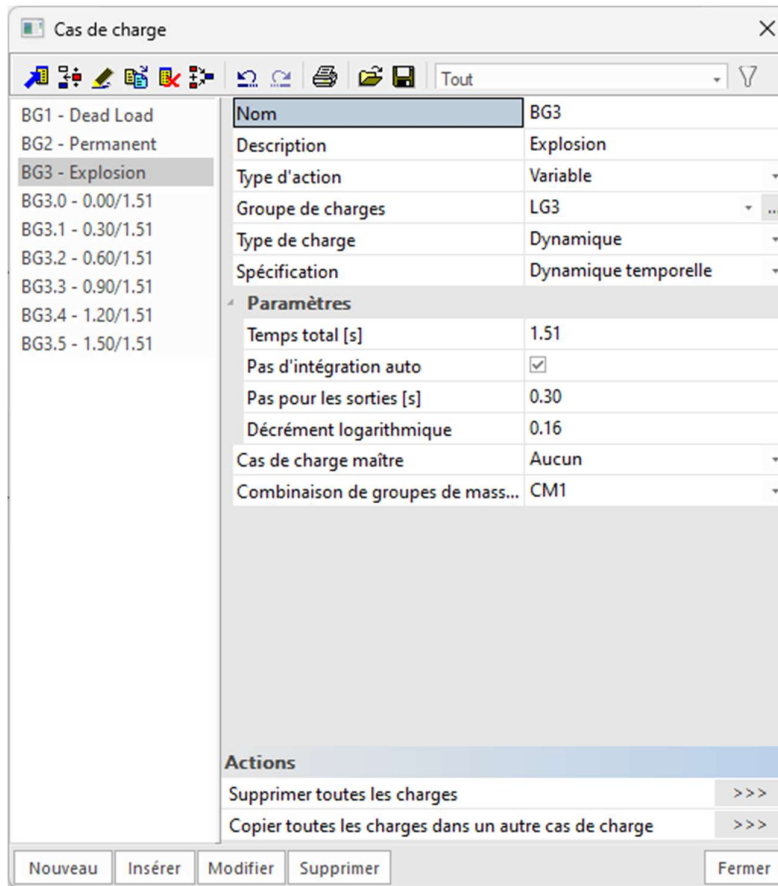
Avant de lancer le calcul, le maillage est redéfini pour plus de précision dans les résultats :



**Etape 8 : calcul linéaire**

Le calcul linéaire peut être lancé.

Lorsque le calcul est terminé, de nouveaux cas de charges sont créés qui représentent l'influence de l'explosion sur la structure à chaque étape (le pas pour les sorties doit toujours être plus petit que le « Temps total », donc dans cet exemple nous avons utilisé un temps total de 1,51s pour avoir une sortie à 1,50s) :



Pour trouver le résultat le plus défavorable, ces cas de charges peuvent être mis dans une classe de résultats.

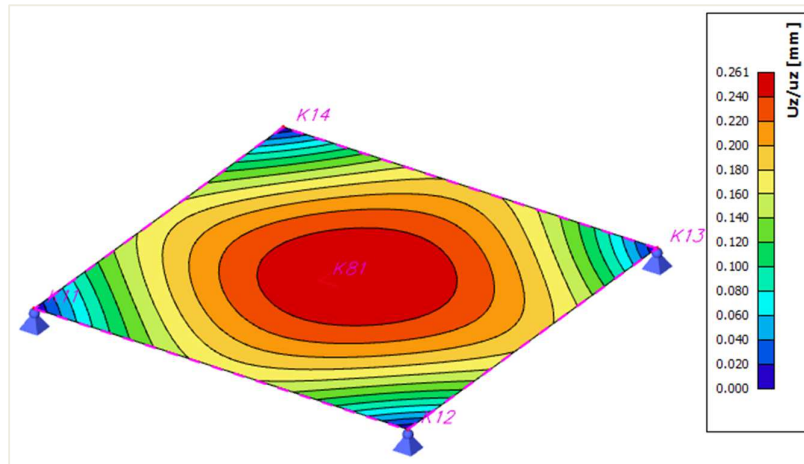
**Etape 9 : résultats**

Les fréquences propres sont disponibles dans l'arborescence dans le menu « Résultats / Dynamique » :

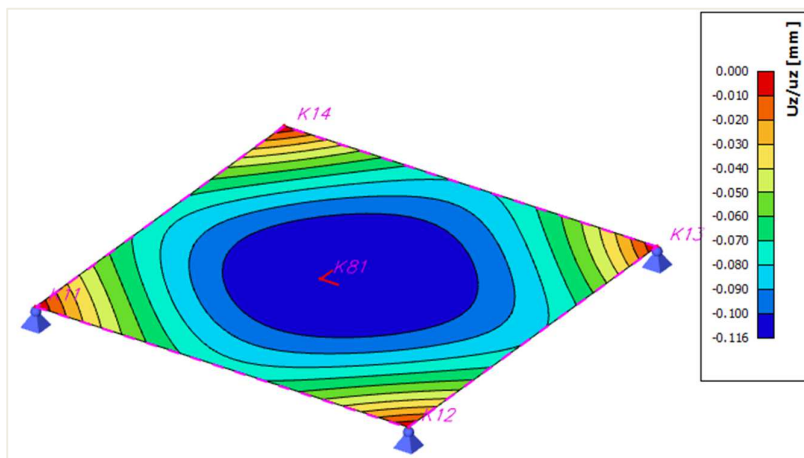
<b>Fréquences propres</b>				
N	f [Hz]	$\omega$ [1/s]	$\omega^2$ [1/s <sup>2</sup> ]	T [s]
<b>Combinaison masse : CM1</b>				
1	7.96	50.00	2500.06	0.13
2	17.98	112.95	12757.03	0.06
3	17.98	112.95	12757.07	0.06

D'autres résultats, comme par exemple les déformations, peuvent être affichées pour les différentes étapes :

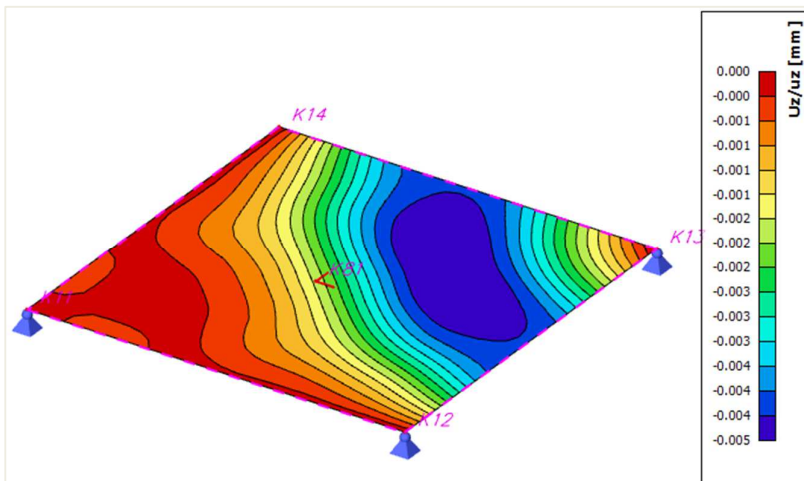
- Après 0,3 secondes :



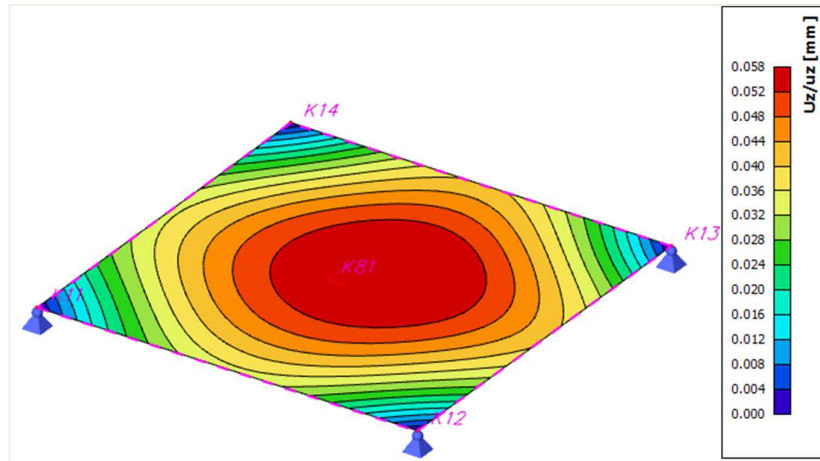
- Après 0,6 secondes :



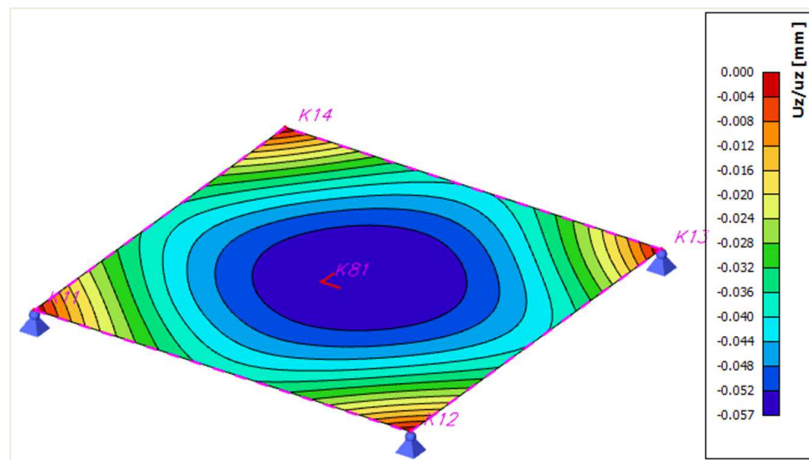
- Après 0,9 secondes :



- Après 1,2 secondes :

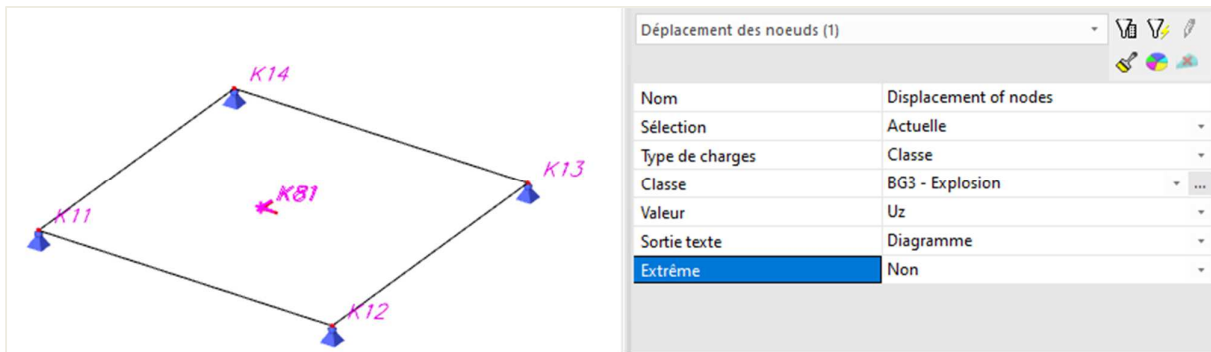


- Après 1,5 secondes :

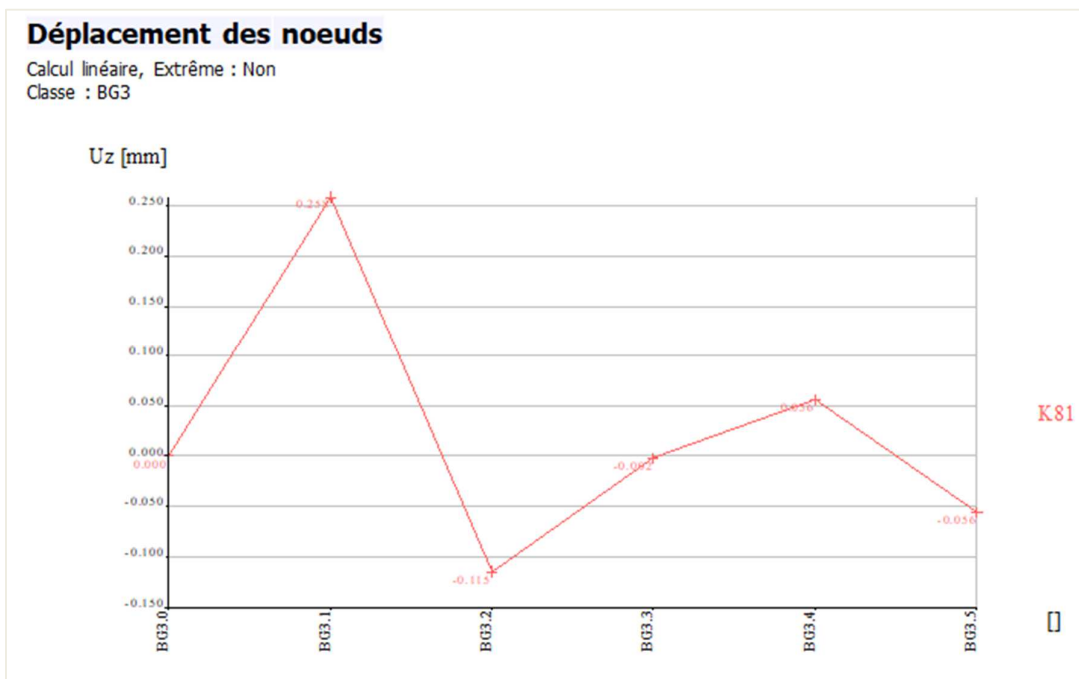


On peut aussi demander les résultats pour la classe qui a été créée :

Classes de résultat	
RC1	Nom BG3
BG3 - Explosion	Description Explosion
	Liste
	BG3.0
	BG3.1
	BG3.2
	BG3.3
	BG3.4
	BG3.5

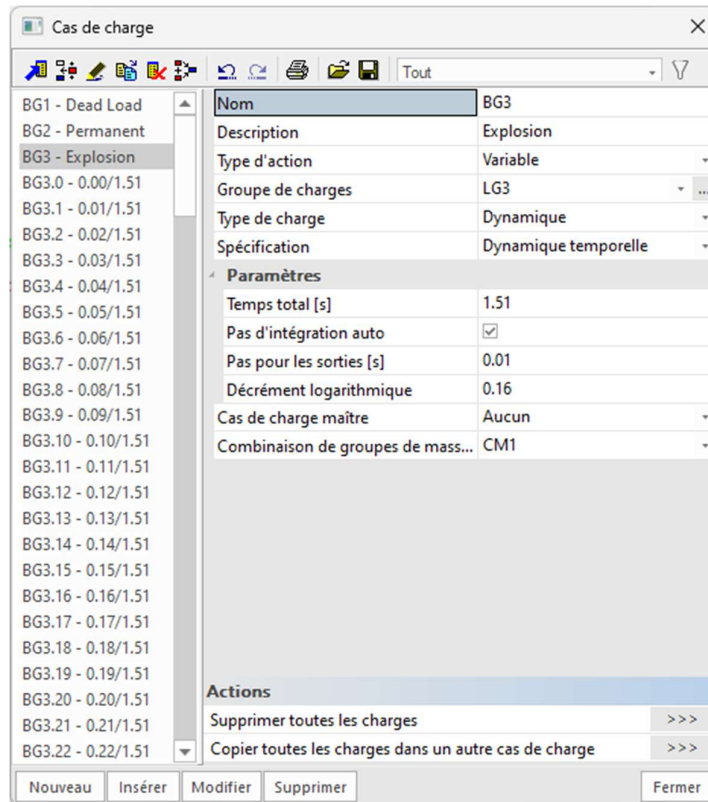


On obtient alors le déplacement  $u_z$  pour chaque 0,3 secondes du nœud sélectionné :

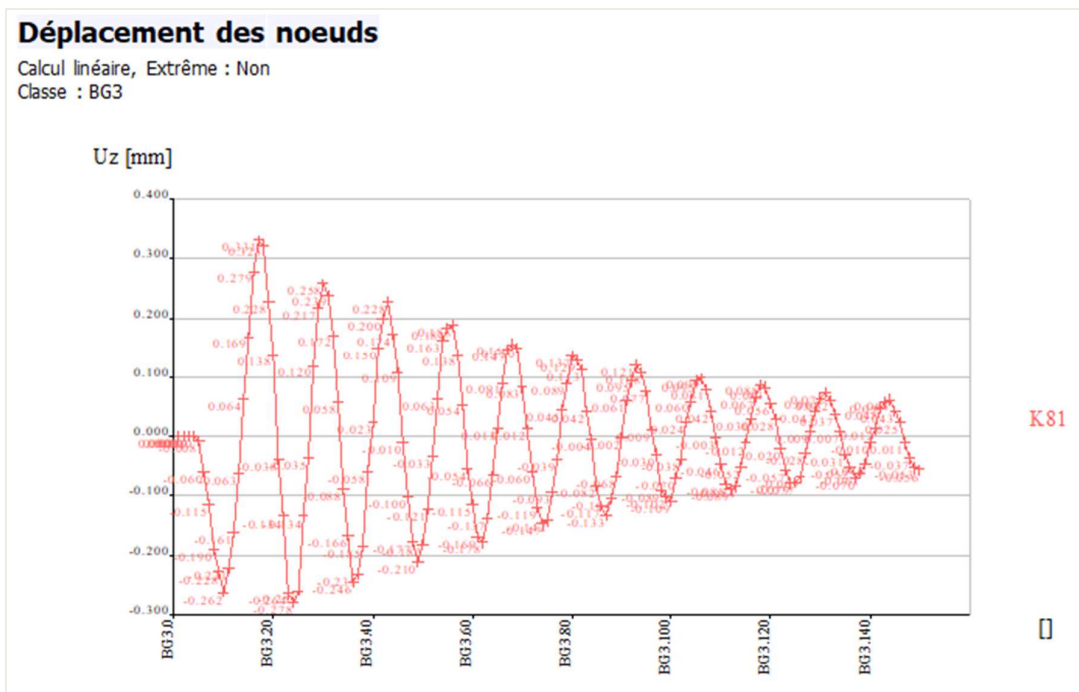


Si on modifie le pas de sortie à 0,01s dans le cas de charges dynamique, on obtiendra alors 150 cas de charges :





Et dans les résultats, le graphique « Déformations aux nœuds » donne une représentation bien plus détaillée :



**Exemple 12-2 :**

Dans cet exemple, est simulée une charge roulante sur une barre :



La poutre a une longueur de 20m et une section HEA200. La poutre est calculée selon l'EC-EN et est en acier S235. Elle repose sur deux appuis ponctuels articulés.

Deux cas de charges sont définis :

- Poids propre
- Charge dynamique variable : efforts ponctuels de -100kN tous les 2m

**Etape 1 : fonctionnalité**

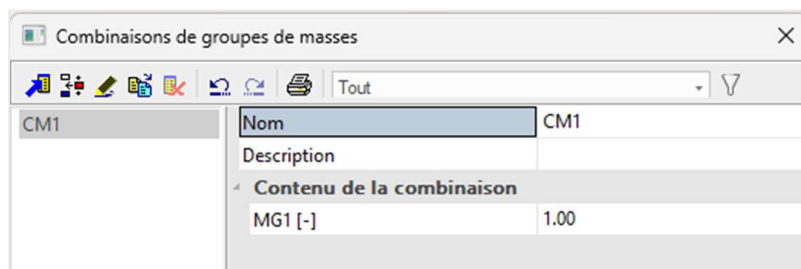
Dans l'arborescence, dans le menu « Projets », les fonctionnalités « Dynamique » et « Analyse dynamique temporelle » doivent être cochées.

**Etape : groupes de masse**

Dans l'arborescence, dans le menu « Dynamique / Groupes de masse, un groupe de masse doit être créé ici. Aucune masse n'est définie, seul le poids propre est pris en compte.

**Etape 3 : matrice de masse**

Une combinaison de groupes de masse peut être créée :



**Etape 4 : fonctions de charge dynamique**

Après la création des masses, la charge roulante peut être simulée via les « Fonctions de charge dynamique ».

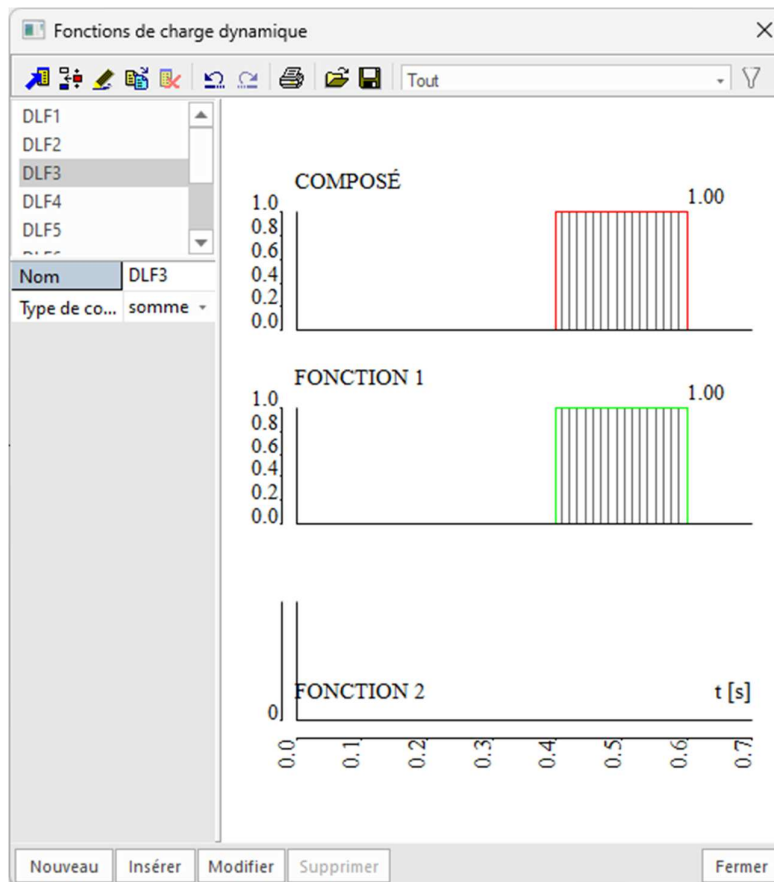
Dans le menu Bibliothèque / Charges / Fonctions de charge dynamique, il est demandé de saisir les fréquences en fonction du temps.

Deux types de fonction peuvent être définis, à savoir un nom et/ou une fonction modal. Si les deux sont définis, l'utilisateur peut choisir si ces fonctions doivent être multipliées ou sommées.

4 types de fonctions peuvent être choisis : constantes, linéaires, paraboliques ou sinusoïdales.

Dans cet exemple, 9 fonctions modales sont créées avec des linéaires :

- DLF1 est 1,00 de 0,2s à 0,4s
- DLF2 est 1,00 de 0,4s à 0,6s
- ...



Chaque fonction sera attribuée à un effort ponctuel différent (cf étape 6) :

- DLF1 au premier effort ponctuel depuis la gauche.
- DLF2 au second effort ponctuel depuis la gauche.
- ...

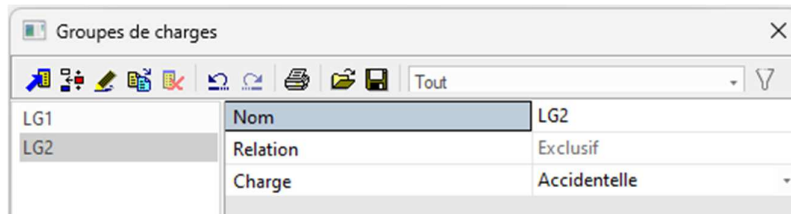
Ces 9 fonctions de charges seront utilisées pour simuler l'effet d'une charge ponctuelle roulant de la gauche vers la droite sur une période de temps donnée. A chaque point (tous les 2m), la charge ponctuelle reste 0,20 seconde. Il faudra donc deux secondes à la charge ponctuelle pour traverser toute la poutre.

### Etape 5 : cas de charges dynamique

Un cas de charge est défini pour simuler cette charge roulante.

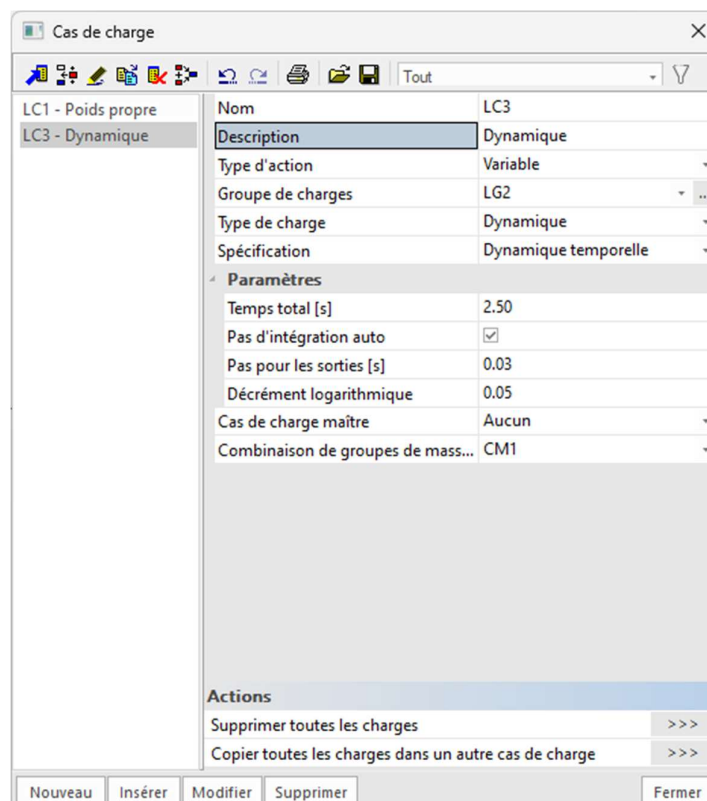
Le type d'action est **Variable** et le type de charges **Dynamique**.

Pour le groupe de charges, l'utilisateur peut choisir un cas spécifique, appelé « **Accidentelle** ».



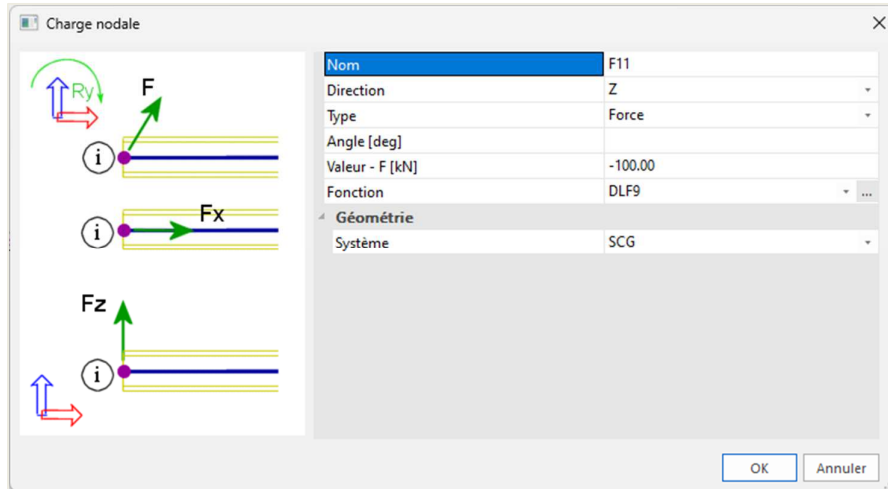
Ensuite, la spécification doit être sélectionnée et le type « **Dynamique** » doit être choisi pour le calcul temporel. Les autres paramètres suivants doivent être définis :

- **Temps total [s]** : le temps total de l'analyse dynamique.
- **Pas d'intégration** : lorsque l'option « Auto » est cochée, alors 1/100 de la plus période est prise en compte. Lorsque cette option n'est pas cochée, l'utilisateur doit sélectionner une valeur pour le pas d'intégration.
- **Pas pour les sorties [s]** : le pas est utilisé pour déterminer sur quels points les résultats doivent être générés. Cela sera sauvegardé dans les cas de charges nouvellement générés.
- **Décrément logarithmique** : amortissement défini comme décrétement logarithmique.



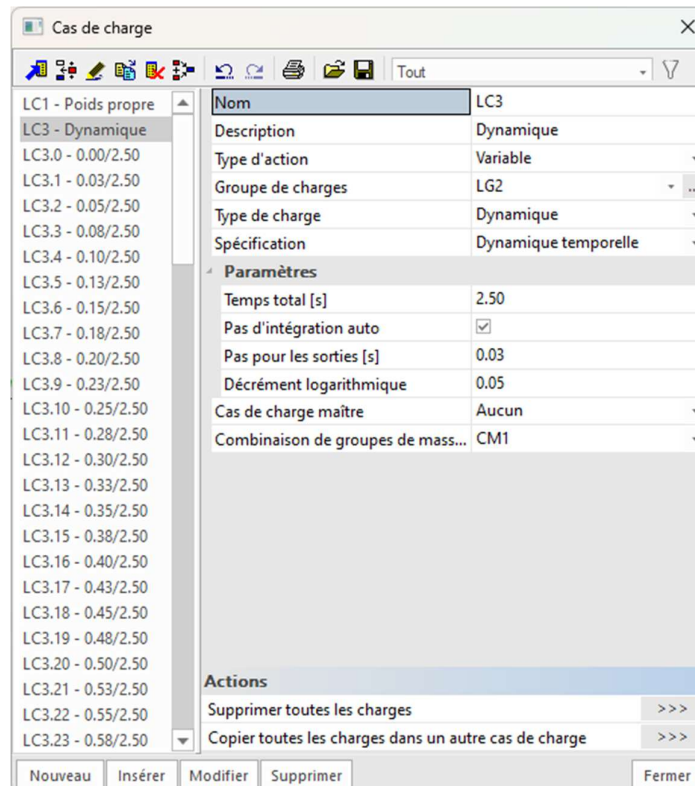
**Etape 6 : saisie de charges**

Dans cette étape, les efforts aux nœuds vont être saisis. Les fonctions de charge dynamique peuvent seulement être liées aux efforts aux nœuds. Puisqu'il y a des efforts aux nœuds, l'utilisateur doit prouver l'existence de nœuds internes pour placer ces efforts internes dessus. Tous les 2m, un effort interne doit être créé sur la poutre. Sur chacun de ces nœuds, un effort ponctuel de 100kN est défini. Le premier effort ponctuel depuis la gauche est lié à DLF1, le deuxième à DLF2, ... Cela modélise le mouvement d'une simple charge ponctuelle sur la poutre de gauche à droite dans un temps total de 2 secondes.

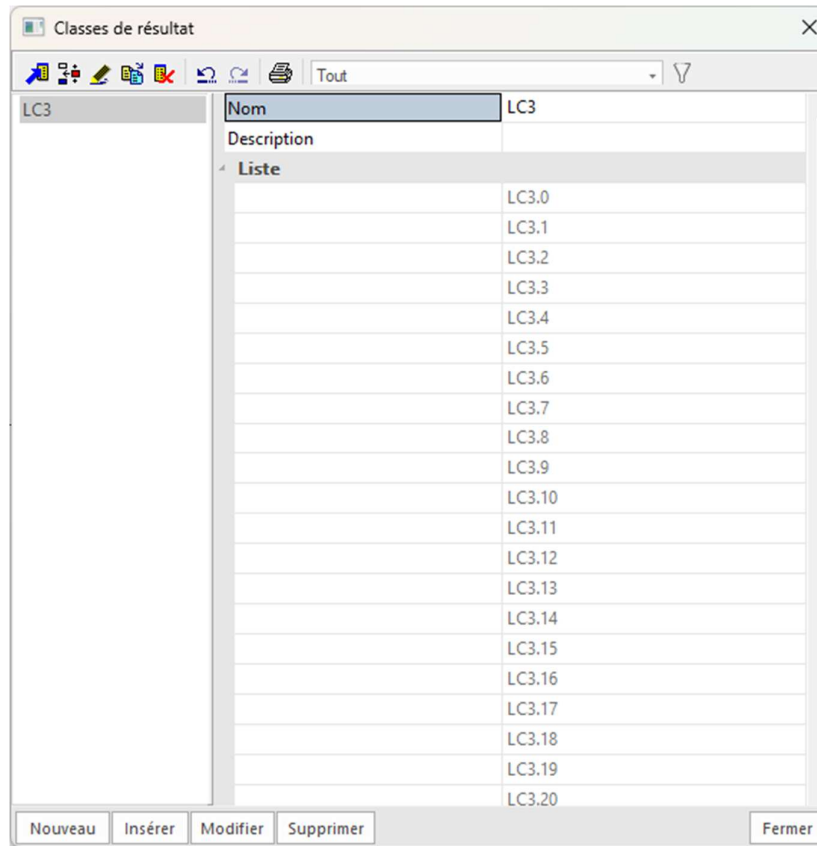


**Etape 7 : calcul linéaire**

Le calcul peut maintenant être lancé. A la fin du calcul, de nouveaux cas de charges sont créés pour chaque pas de sortie :



Pour trouver le résultat le plus défavorable, ces cas de charges sont automatiquement regroupés dans une classe de résultats :



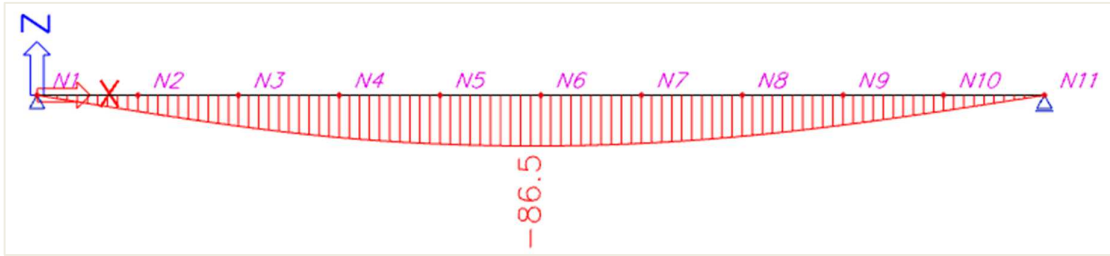
**Etape 8 : résultats**

Les fréquences propres sont affichées dans l'arborescence, dans le menu Résultats / Dynamique :

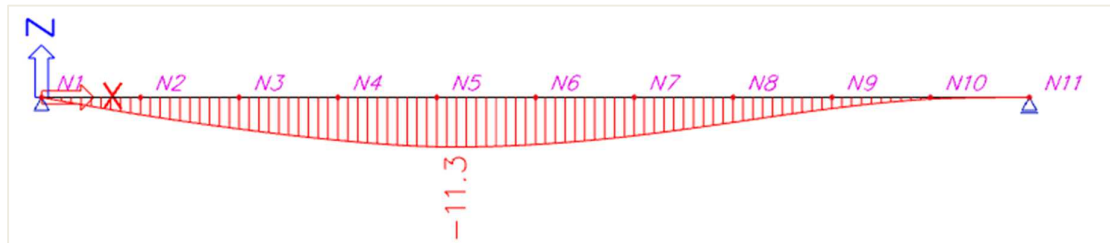
<b>Fréquences propres</b>				
N	f [Hz]	$\omega$ [1/s]	$\omega^2$ [1/s <sup>2</sup> ]	T [s]
<b>Combinaison masse : CM1</b>				
1	5.03	31.62	999.93	0.20
2	19.78	124.28	15445.22	0.05
3	43.18	271.31	73608.14	0.02
4	64.59	405.79	164668.49	0.02

D'autres résultats, comme les déformations par exemple, peuvent être affichés pour les différents pas de sortie :

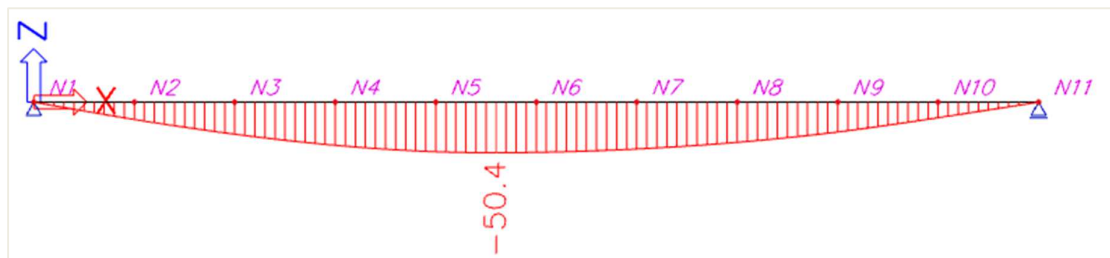
- Après 0,5 seconde :



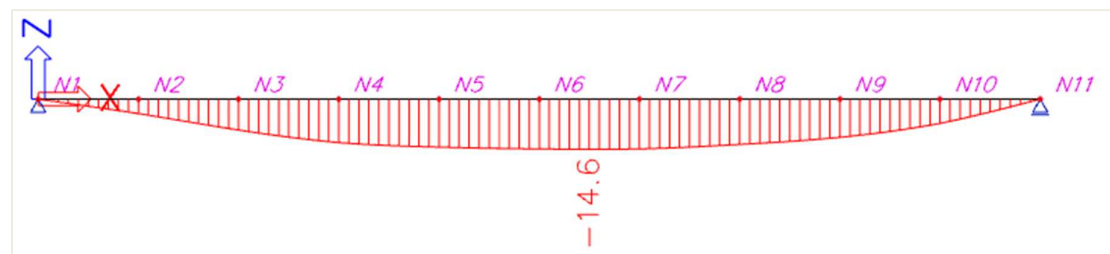
- Après 1 seconde :



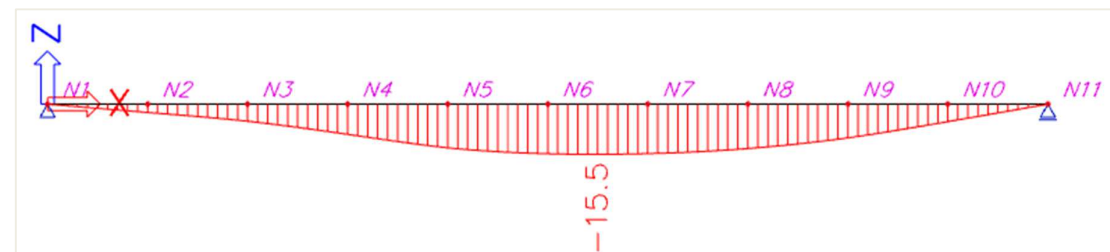
- Après 1,5 secondes :



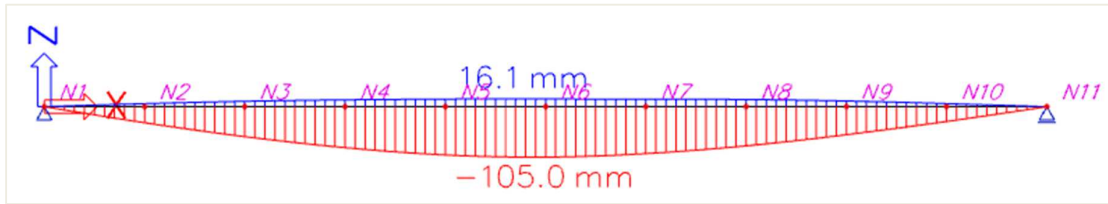
- Après 2 secondes :



- Après 2,4 secondes :



- Les classes de résultats montrent l'enveloppe des résultats :

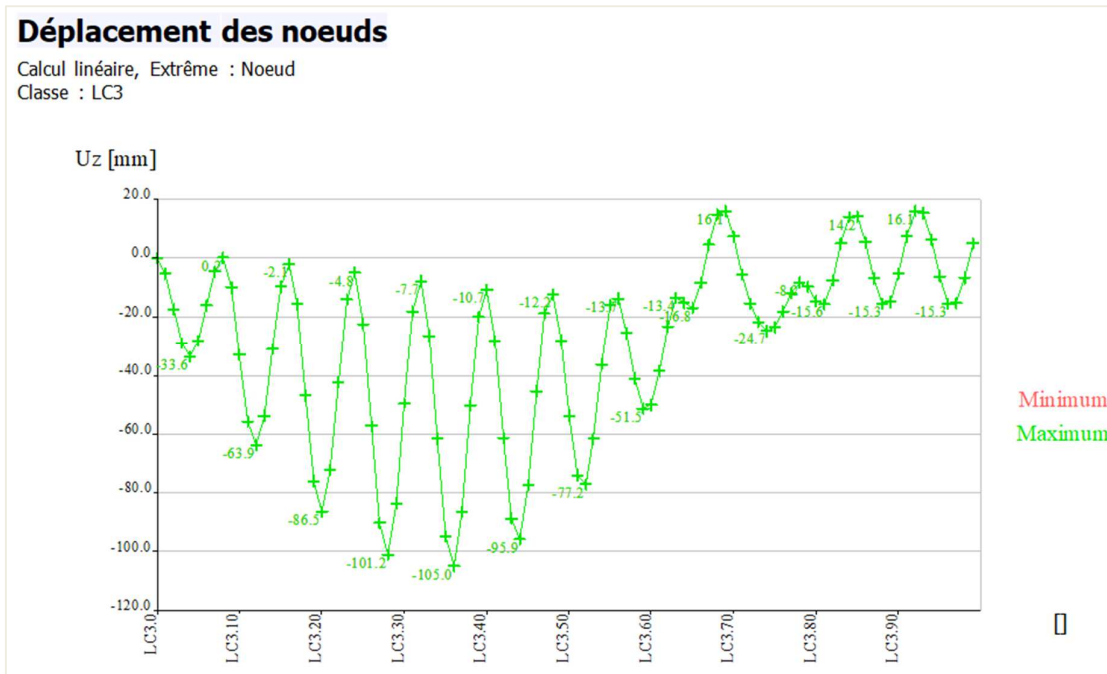


Il est également possible de visualiser les résultats à un certain point pour tous les cas de charges en un seul dessin. Ainsi, on peut voir tous les résultats sur la durée totale.

Prenons par exemple le déplacement vertical du nœud central N6 :

Propriétés	
Déplacement des noeuds (1)	
Nom	Displacement of nodes
Sélection	Actuelle
Type de charges	Classe
Classe	LC3
Valeur	Uz
Sortie texte	Diagramme
Extrême	Noeud

La déformation du nœud central en fonction du temps est présentée dans la prévisualisation de la note :





Ce résultat montre clairement la vibration du nœud central au long du temps.

---

## Chapitre 13: ÉCOULEMENT TOURBILLONNAIRE : VIBRATION KARMAN

Dans ce chapitre, est examinée la vibration transversale des structures cylindriques due au vent. Tout d'abord, la théorie est expliquée et elle est fait référence à la charge harmonique puisque l'écoulement tourbillonnaire est un cas particulier de charge harmonique. La théorie est ensuite illustrée par l'exemple d'une cheminée en acier.

NB : « Vortex shedding » a été traduit par « Ecoulement tourbillonnaire ».

### 13.1. Théorie

Un des mécanisme les plus importants pour les oscillations induites par le vent est la formation de tourbillons (concentrations de particules fluides en rotation) dans le sillage de l'écoulement derrière certains types de structures comme les cheminées, tours, pipelines suspendus, ...

À une certaine vitesse de vent (critique), les lignes d'écoulement ne suivent pas les contours du corps, mais se détachent en certains points, formant ainsi des tourbillons.

Ces tourbillons se détachent alternativement des côtés opposés de la structure et donnent lieu à une charge fluctuante, perpendiculaire à la direction du vent. La figure suivante illustre l'écoulement tourbillonnaire pour un écoulement devant un cylindre circulaire. Le modèle créé est souvent appelé la traînée tourbillonnaire de Karman :



Lorsqu'un tourbillon se forme sur un côté de la structure, la vitesse du vent augmente de l'autre côté. Il en résulte une différence de pression sur les côtés opposés et la structure est soumise à une force latérale qui s'éloigne du côté où le tourbillon s'est formé.

Comme les tourbillons se détachent à la vitesse critique du vent, alternativement d'un côté puis de l'autre, une charge latérale variant de façon harmonique à la même fréquence que la fréquence du tourbillon, se forme.

La fréquence de l'écoulement tourbillonnaire  $f_v$  est donnée par :

$$f_v = \frac{S \cdot v}{d} \quad (13.1)$$

Avec :

S : constante sans dimension appelée « Nombre de Strouhal ».  
Pour un cylindre, cette valeur est de 0,2.

$d$  : largeur du corps chargé par le vent (m).

Pour un cylindre, cette valeur est égale au diamètre extérieur.

$v$  : vitesse moyenne du vent (m/s).

La manière dont les tourbillons se forment est fonction du nombre de Reynolds  $Re$ , qui est donné par la formule suivante :

$$Re = 0,687.v.d.10^5 \quad (13.2)$$

En général, un grand nombre de Reynolds signifie un écoulement turbulent. Le nombre de Reynolds caractérise trois zones principales :

- Sous-critique :  $300 \leq Re \leq 10^5$
- Supercritique :  $10^5 \leq Re \leq 3,5.10^6$
- Trans-critique :  $3,5.10^6 \leq Re$

Pour les cheminées à section circulaire, l'écoulement se situe soit dans le domaine supercritique, soit dans le domaine trans-critique pour les vitesses de vent d'intérêt pratique.

Si la fréquence de l'écoulement tourbillonnaire coïncide avec la fréquence propre de la structure (résonance), il en résultera des amplitudes de vibrations transversales assez importantes, à moins que l'amortissement ne soit suffisant. Ce principe a déjà été abordé dans un chapitre précédent.

Dans ce cas, la formule (13.1) peut être réécrite pour calculer la vitesse critique du vent à laquelle la résonance se produit :

$$v_{crit} = 5. d. f \quad (13.3)$$

Avec  $f$  : fréquence propre de la structure.

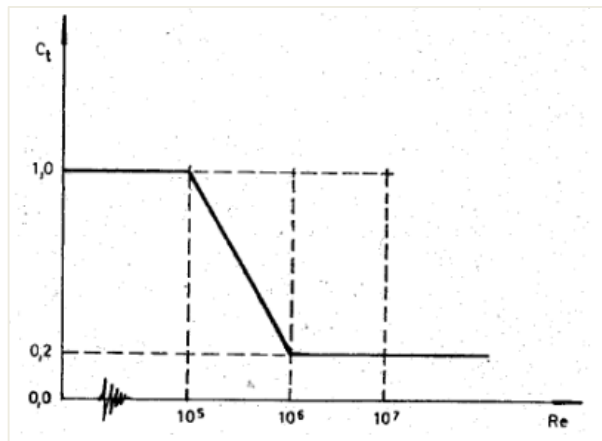
Les forces transversales par unité de longueur causées par le tourbillon peuvent être calculées par la formule suivante :

$$P_L(t) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d \cdot v_{crit}^2 \cdot C_t(t) \quad (13.4)$$

Avec :

$\rho$  : densité de l'air pris égal à  $1,25\text{kg/m}^3$

$C_t(t)$  : un coefficient de portance qui fluctue de manière harmonique ou aléatoire et dépend du nombre de Reynolds. La figure suivante montre cette relation lorsque  $C_t$  est proportionnel à la forme du mode.



Si l'écoulement tourbillonnaire est considéré comme harmonique, l'équation (13.4) peut s'écrire comme suit :

$$P_L(t) = P_0 \cdot \sin(\omega_v t) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d \cdot v_{\text{crit}}^2 \cdot C_t \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_v) \quad (13.5)$$

Dans l'hypothèse d'un profil de vent constant, la force modale équivalente due à la force de portance fluctuante de l'équation (13.5) est donnée par :

$$P(t) = P_L \cdot \sin(\omega_v t) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d \cdot v_{\text{crit}}^2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_v) \cdot \int_0^H C_t(z) \{\phi(z)\} dz \quad (13.6)$$

Avec :

$\phi(z)$  : forme du mode à la hauteur  $z$   
 $H$  : hauteur totale de la structure

Comme nous l'avons vu dans un chapitre précédent, l'amplitude dynamique  $Y$  à la résonance peut s'écrire comme suit :

$$Y = \frac{Y_S}{2\xi} \quad (13.7)$$

La déformation statique  $Y_S$  est donnée par :

$$Y_S = \frac{P_0}{K} = \frac{P_0}{M \cdot \omega^2} \quad (13.8)$$

$M$  est la masse modale équivalente d'un élément prismatique et est donnée par :

$$M = \int_0^H m(z) \cdot \{\phi(z)\}^2 dz \quad (13.9)$$

Avec :  $m(z)$  : la masse par unité d'hauteur.

En combinant les formules (13.7) et (13.8), la réponse maximale d'un système SDOF soumise à une excitation harmonique peut s'écrire comme suit :

$$Y = \frac{P_L}{M \cdot \omega^2} \cdot \frac{1}{2\xi} \quad (13.10)$$

Il s'ensuit que lorsque l'écoulement tourbillonnaire se produit à la même fréquence que la fréquence propre de la structure, l'amplitude maximale est donnée par :

$$Y = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d \cdot v_{\text{crit}}^2 \cdot \int_0^H C_t(z) \{\phi(z)\} dz}{\omega^2 \cdot \int_0^H m(z) \{\phi(z)\}^2 dz} \cdot \frac{1}{2\xi} \quad (13.11)$$

Lorsqu'on suppose que la masse par unité de hauteur est constante et que le coefficient de portance est proportionnel à la forme du mode, la formule (13.11) peut être simplifiée comme suit :

$$Y = \frac{\rho \cdot d^3 \cdot C_t}{16 \cdot \pi^2 \cdot S^2 \cdot m \cdot \xi} \quad (13.12)$$

Cette équation peut être utilisée comme une première estimation de la réponse probable de la structure.

## 13.2. Vibration Karman dans SCIA Engineer

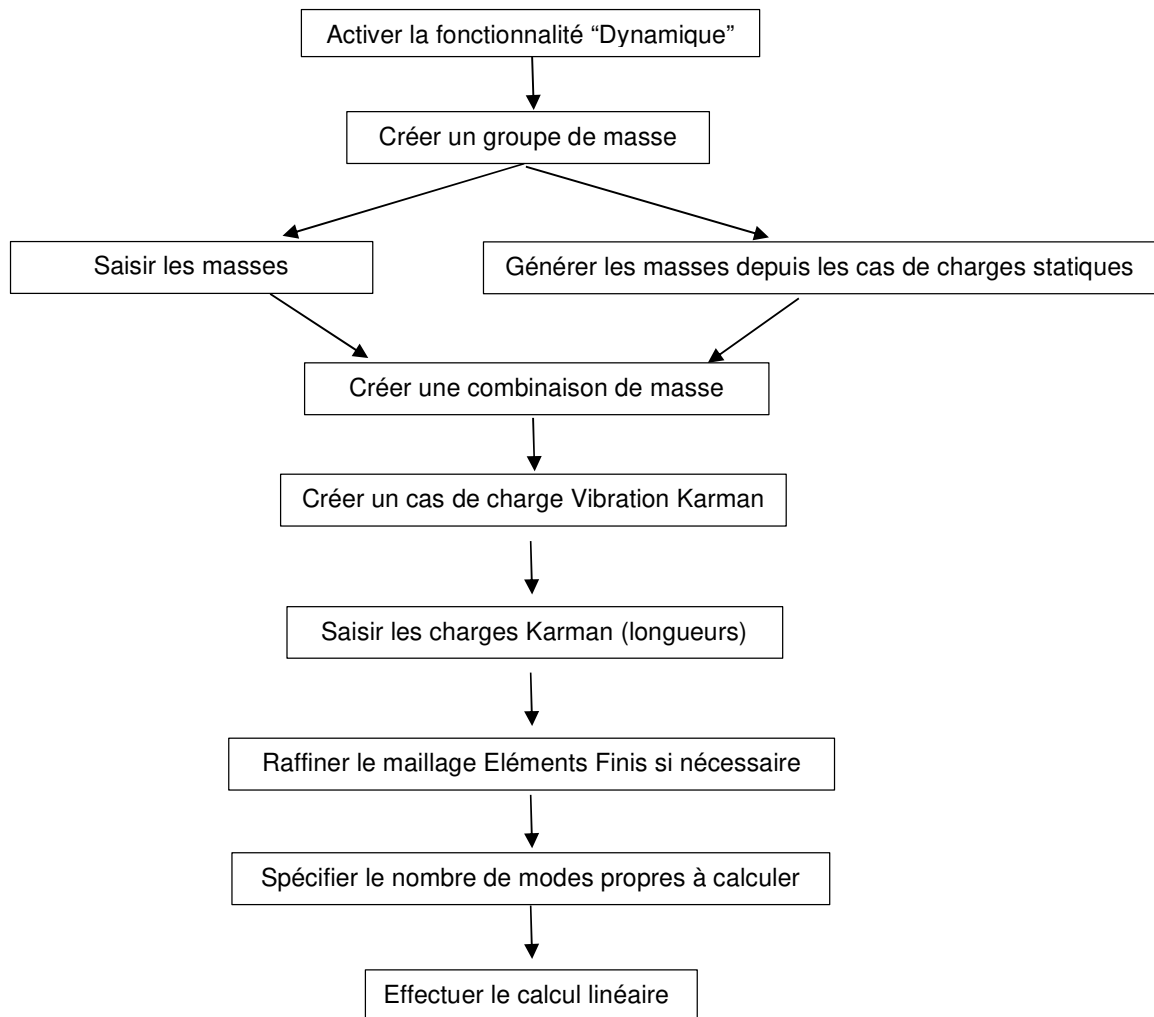
Dans SCIA Engineer, l'écoulement tourbillonnaire a été mis en œuvre conformément à la norme de chargement tchèque.

L'effet n'est pris en compte que si la vitesse critique du vent calculée par la formule (13.3) est comprise entre une valeur minimale et maximale. Ces deux valeurs extrêmes peuvent être définies par l'utilisateur. Selon la norme de chargement tchèque, ces valeurs sont de 5 m/s et 20 m/s.

En plus de la formule (13.11), dans SCIA Engineer, il est possible de spécifier la longueur de la structure où l'effet Von Karman peut se produire. Pour chaque nœud géométrique de la structure, il est possible d'associer une longueur du cylindre au nœud. Cela implique que, pour obtenir des résultats précis, la structure doit être modélisée avec suffisamment de nœuds géométriques.

Par défaut, l'effet peut se produire sur toute la hauteur de la structure ; cependant, lorsqu'il existe des obstacles spécifiques à la surface d'une cheminée par exemple, ces obstacles vont entraver la formation des tourbillons et donc réduire l'effet Von Karman. En pratique, c'est exactement la solution pour supprimer les vibrations induites par les tourbillons : la mise en place de nervures spéciales sur la surface du cylindre.

Le schéma suivant montre les étapes nécessaires pour effectuer un calcul d'écoulement tourbillonnaire :



Le diagramme sera illustré dans l'exemple suivant.

---

**Exemple 13-1 :**

Dans cet exemple, une cheminée en acier est modélisée avec une base fixe.

La cheminée a un diamètre extérieur de 1,2m et une épaisseur de 6mm. La hauteur totale est de 30m et la structure est fabriquée en S235 selon la norme EC-EN.

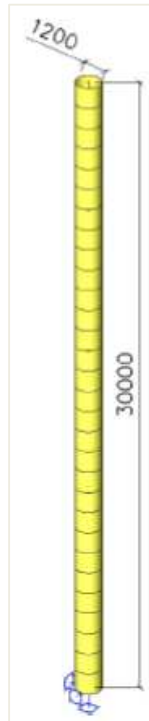
Pour tenir compte du poids de l'isolation, des câbles électriques et d'autres éléments non structurels, une masse répartie de 55kg/m est introduite.

Aucune mesure structurelle spécifique n'est prise pour empêcher le tourbillonnement. Ainsi, la longueur totale de la cheminée doit être prise en compte pour la vibration de Von Karman.

À cette fin, la cheminée est modélisée comme un porte-à-faux composé de 30 éléments pour créer suffisamment de nœuds géométriques. Chaque nœud (sauf la base et le sommet) se verra attribuer une longueur de cheminée de 1m.

Pour le décrétement logarithmique de la cheminée, une valeur de 0,025 est utilisée.

Un cas de charge statique est créé : le poids propre de la structure.

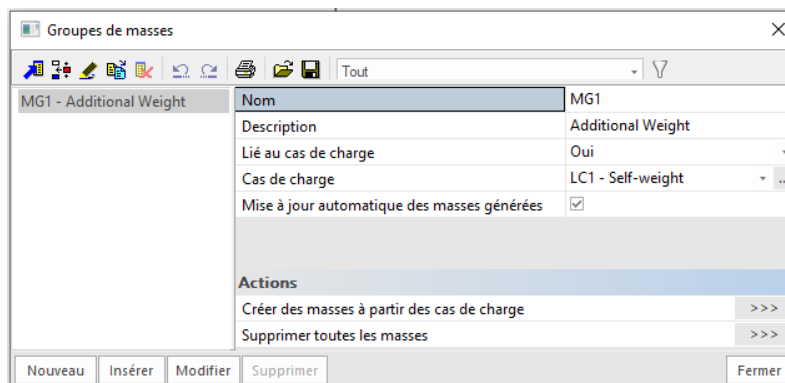


**Etape 1 : fonctionnalité**

La première étape dans le calcul de la vibration de Karman est l'activation de la fonctionnalité « Dynamique » dans les « Paramètres du projet ».

**Etape 2 : groupes de masse**

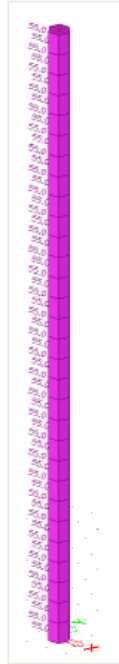
La seconde étape est la création d'un groupe de masse :



En fait, ce groupe de masse ne contient rien, puisque le poids propre est automatiquement pris en compte. Mais pour faire un calcul dynamique, il faut définir au moins un groupe de masse. Dans ce groupe de masse, nous allons placer des masses supplémentaires. Celles-ci seront ajoutées à la masse provenant du poids propre (qui est toujours et automatiquement pris en compte).

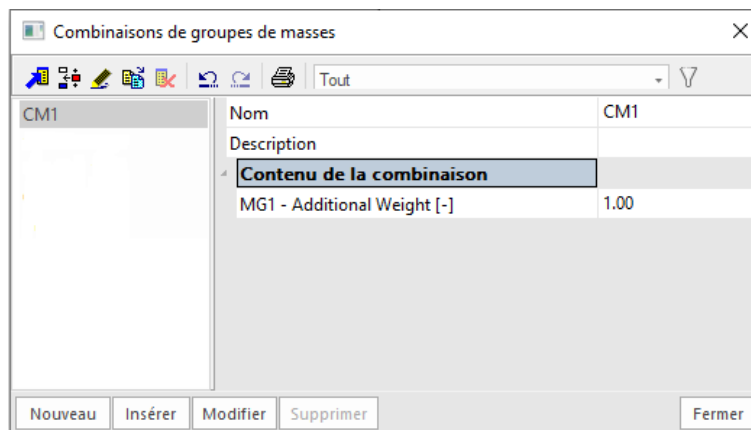
### Etape 3 : masses

Une fois le groupe de masse créé, la masse distribuée de 55kg/m peut être saisie pour tous les éléments :



### Etape 4 : matrice de masses

Ensuite, le groupe de masse est placé dans une combinaison de groupes de masse, qui peut être utilisée pour définir la charge harmonique.



### Etape 5 : cas de charge de la vibration Karman

Après avoir créé une combinaison de masse, un cas de charge de « Vibration Karman » peut être défini via le menu Cas de charge, Combinaisons > Cas de charge.

Le type d'action du cas de charge est défini sur « Variable ».

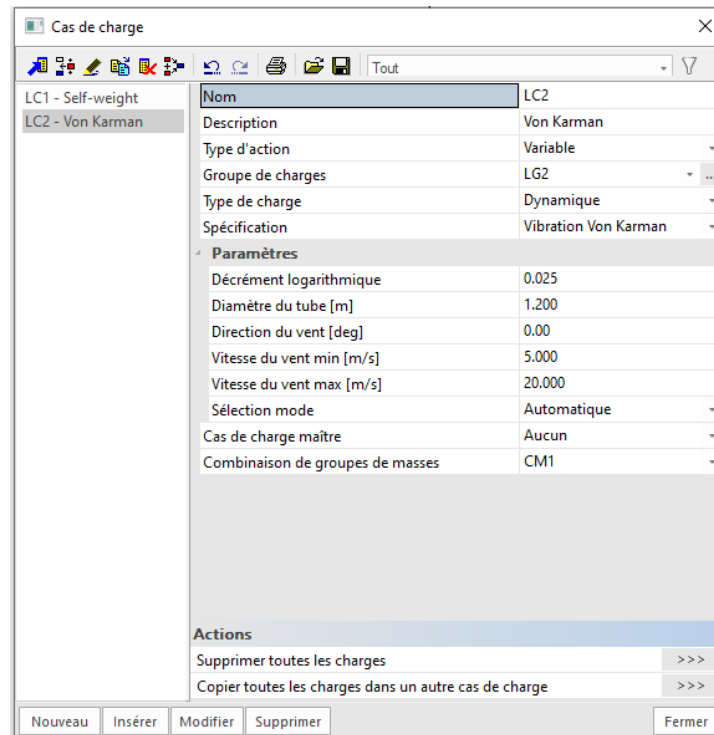


Le « Type de charge » peut ensuite être changé en « Dynamique ».

Dans le champ « Spécification », le type de charge dynamique peut être défini, dans ce cas la « Vibration de Karman » :

- Le « Décément logarithmique » a été fixé à 0,025.
- Le « Diamètre du tube » était de 1,2m.
- La « Direction du vent » est définie dans le système de coordonnées global. Une direction de 0,00 deg spécifie l'axe X global. Cela implique que la vibration de Karman se produira dans une direction le long de l'axe Y (perpendiculaire à la direction du vent).
- Comme indiqué précédemment, les vitesses minimale et maximale du vent sont fixées à 5m/s et 20m/s respectivement. L'écoulement tourbillonnaire ne se produira que si la vitesse critique du vent se situe entre ces deux limites.
- L'option " Sélectionner le mode propre " permet de spécifier manuellement le mode propre pour lequel l'écoulement tourbillonnaire doit être calculé. Lorsque cette option est laissée sur « Automatique », SCIA Engineer détermine automatiquement le mode représentatif (celui qui présente le plus grand facteur de participation modale dans la direction concernée).

Comme la direction du vent est définie le long de l'axe X global, le mode représentatif sera une forme de mode le long de l'axe Y global.



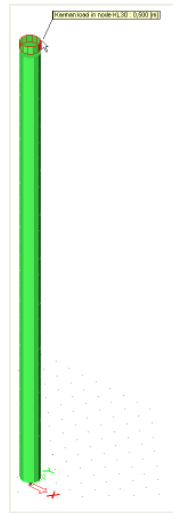
### Etape 6 : charge de Karman

Les paramètres du cas de charge ont été définis, il ne reste plus qu'à spécifier la longueur de la structure où l'effet Von Karman peut se produire.

Comme indiqué précédemment, SCIA Engineer permet d'associer une longueur de cheminée à chaque nœud géométrique.

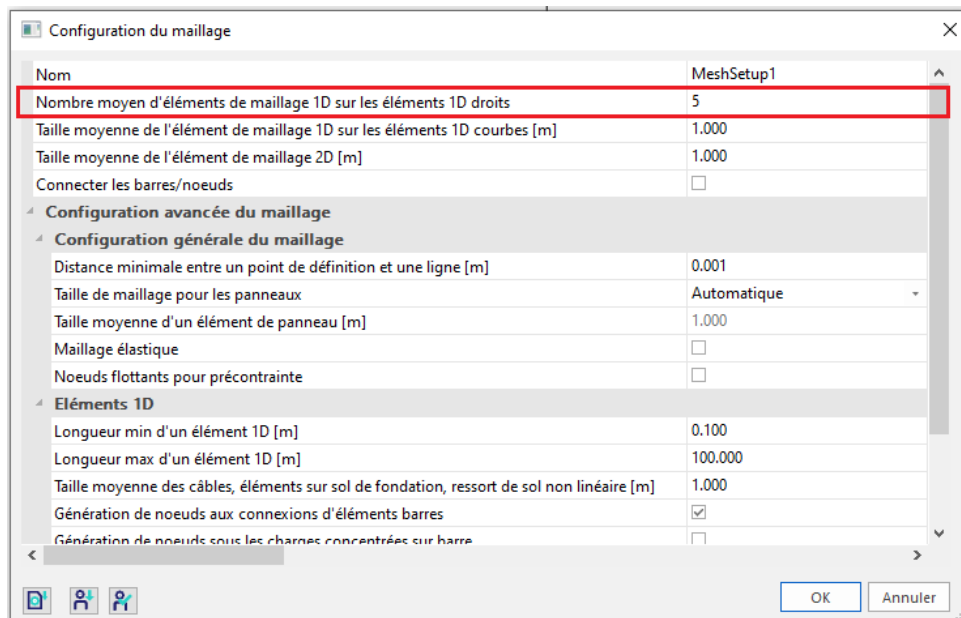
Cette charge peut être saisie dans le menu « Charge > Charge ponctuelle > Charge de Karman ». Étant donné qu'aucune mesure spécifique n'a été prise pour empêcher le délestage tourbillonnaire et que la cheminée a été saisie en tant que 30 éléments, une longueur de 1 m est attribuée à chaque nœud.

Des nœuds supplémentaires sont créés à 0,25m de la base et du sommet. Ces nœuds se voient également attribuer des charges de Karman de 0,50m.



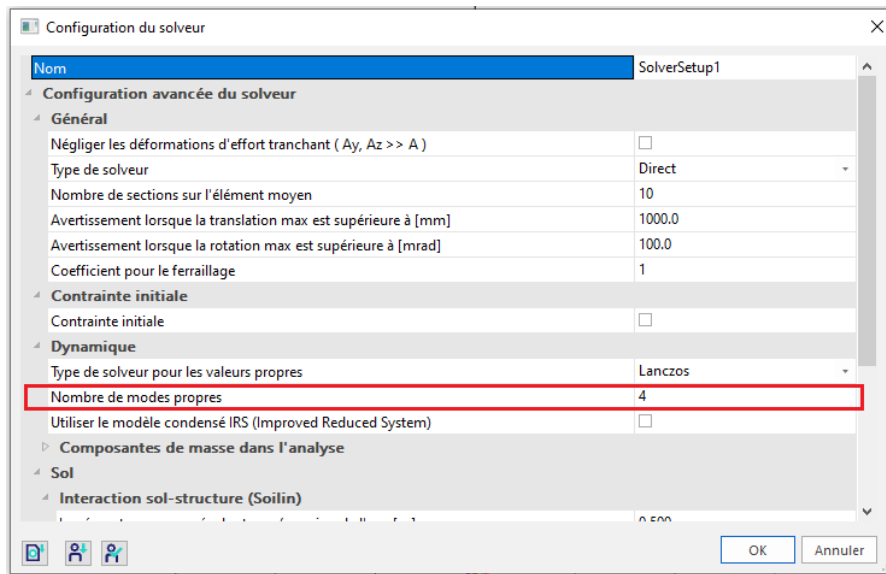
### Etape 7 : configuration du maillage

Pour obtenir des résultats précis dans le calcul dynamique, le maillage EF doit être raffiné. Le « Nombre moyen d'éléments de maillage 1D sur les éléments 1D droits » est pris égal à 5 dans la « Configuration du maillage » :



### Etape 8 : configuration du solveur

La dernière étape avant de lancer le calcul consiste à définir le nombre de modes propres à calculer. La valeur par défaut dans la configuration du solveur est de 4, ce qui est suffisant pour cet exemple.



**Etape 9 : calcul linéaire et résultats**

Toutes les étapes précédentes effectuées, le « Calcul linéaire » peut alors être lancé par « Calcul ».

Le « Protocole de calcul » pour les fréquences propres affiche les résultats suivants :

Mode	Omega [rad/s]	Période [s]	Fréq. [Hz]	Wxi / Wxtot	Wyi / Wytot	Wzi / Wztot	Wxi_R / Wxtot_R	Wyi_R / Wytot_R	Wzi_R / Spectral
1	7.4354	0.8450	1.1834	0.6152	0.0000	0.0000	0.0000	0.3757	0.0000
2	7.4354	0.8450	1.1834	0.0000	0.6152	0.0000	0.3757	0.0000	0.0000
3	46.0816	0.1363	7.3341	0.1905	0.0000	0.0000	0.0000	0.1979	0.0000
4	46.0816	0.1363	7.3341	0.0000	0.1905	0.0000	0.1979	0.0000	0.0000
				0.8057	0.8057	0.0000	0.5736	0.5736	0.0000

Les détails du calcul de la vibration de Karman peuvent être visualisés dans le « Protocole de calcul » pour le calcul linéaire :

Vibration Karman est analysée pour mode 2  
 Déplacement modal horizontal maximal [m] 0.02397  
 Vitesse critique du vent [m/s<sup>2</sup>] 7.10  
 Nombre de Reynolds 585346.91  
 Coefficient de traînée Ct 0.39  
 Charge sur le cylindre au point de déplacement maximal [N/m] 14.60

Comme attendu, l'écoulement tourbillonnaire a été analysé pour le second mode propre, le mode avec la participation massique la plus grande dans la direction Y.

Les charges sur le cylindre sont des résultats intermédiaires utilisées pour calculer les efforts de vent.

Le déplacement horizontal maximal pour le second mode propre peut être visualisé dans les résultats de « Déformations des nœuds » (notez que la valeur n'est pas significative, la direction par contre est très importante) :

### Déplacement des noeuds

Modes propres, Extrême : Global

Sél. : Tout

Combinaisons de masse : CM1/2 - 1.18

Les formes modales sont normalisées de telle façon que la masse généralisée de chaque mode est égale à 1kg.

Noeud	Cas	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]	Fix [mrad]	Fiy [mrad]	Fiz [mrad]
N1	CM1/2 - 1.18	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
N31	CM1/2 - 1.18	0.0	24.0	0.0	-1.1	0.0	0.0

De même, la flèche totale en haut de la cheminée causée par la vibration de Karman peut être visualisée :

### Déplacement des noeuds

Calcul linéaire, Extrême : Global

Sél. : Tout

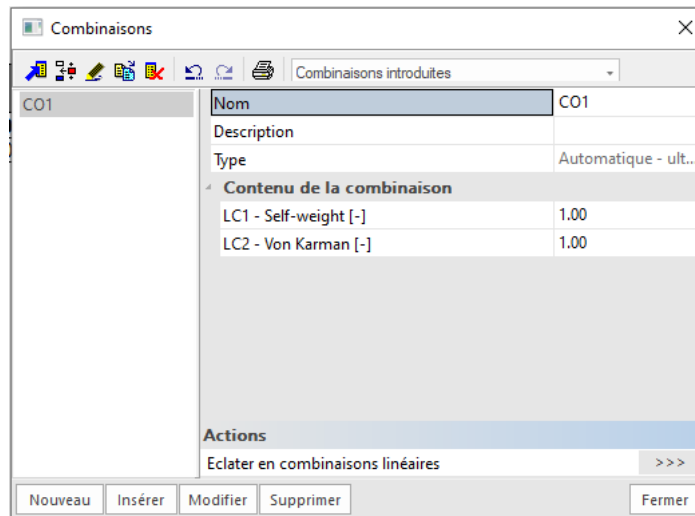
Cas de charge : LC2

Noeud	Cas	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]	Fix [mrad]	Fiy [mrad]	Fiz [mrad]
N1	LC2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
N31	LC2	0.0	-143.2	0.0	6.5	0.0	0.0

A cause de cet important déplacement en tête, des contraintes considérables apparaissent en partie basse de la cheminée.

Comme spécifié dans l'un des chapitres précédents, une combinaison de type « Enveloppe » donne la possibilité de considérer les deux côtés de l'amplitude de vibration, puisqu'une vibration est toujours dans les deux directions.

Une combinaison enveloppe est créée pour la cheminée pour évaluer les contraintes à sa base :



Le résultat de « Contraintes barre » pour le bas de la cheminée donne les contraintes normales ci-dessous pour la combinaison :

**Contrainte**

Calcul linéaire, Extrême : Global

Sél. : Tout

Combinaisons : CO1

Valeur : Normal -, Normal +, Shear, von Mises, Fatigue, Kappa, Sigma Y

Élément	dx [m]	Cas	Normal compression [MPa]	Normal traction [MPa]	Cisaillement [MPa]	Von Mises [MPa]	Fatigue [MPa]	Kappa [-]	Sigma Y [MPa]
B1	0.000	CO1/1	<b>-72.6</b>		0.0	<b>72.6</b>			0.0
B1	0.000	CO1/2		<b>68.0</b>	0.0	68.0			0.0
B1	0.000	CO1/2	-2.3	<b>-2.3</b>	<b>1.9</b>	4.0			<b>0.0</b>
B1	0.000	CO1	-72.6	68.0			<b>140.6</b>	-0.94	
B30	1.000	CO1	0.0	0.0			0.0	<b>-1.00</b>	
B30	0.938	CO1	0.0	0.0			0.0	<b>0.75</b>	

Une étendue de contraintes de 140,6MPa entrainera des problèmes significatifs de fatigue, même après un court nombre de cycles. C'est l'une des défaillances les plus courantes liées à l'écoulement tourbillonnaire.

Une solution à ce problème est l'installation d'une nervure de type hélice pour empêcher la corrélation des tourbillons (et ainsi diminuer la longueur de la cheminée qui doit être considérée pour l'effet Von Karman). L'inconvénient d'une telle nervure, c'est qu'elle augmente la force de trainée.

Comme l'écoulement tourbillonnaire est un état de résonance, l'amplitude dépend de l'amortissement, comme expliqué précédemment (au chapitre sur l'amortissement). Une autre solution consiste donc à augmenter l'amortissement en installant un système d'amortisseur de masse accordé.